

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/242760000>

La transposición didáctica Del saber sabio al saber enseñado

Article

CITATIONS

273

READS

1,751

1 author:



Yves Chevallard

Aix-Marseille Université

34 PUBLICATIONS 744 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Le problème de l'enseignement de la géométrie, identifier les "grandes questions" auxquelles il s'agit de répondre [View project](#)



Peut-on enseigner les systèmes symboliques sans en faire l'ostension? [View project](#)

La transposición didáctica

Del saber sabio al saber enseñado

Yves Chevallard



AIQUE Grupo Editor

Título original: La transposition
didactique. Du savoir savant au savoir
enseigné

Primera edición 1997
Segunda edición 1997
Tercera edición 1998

Este material se utiliza con fines
exclusivamente didácticos

ÍNDICE

Prefacio a la segunda edición	7
¿Por qué la transposición didáctica?	11
Capítulo 1	
¿Qué es transposición didáctica?	45
Capítulo 2	
¿Existe la transposición didáctica? O la vigilancia epistemológica.....	47
Capítulo 3	
¿Es buena o mala la transposición didáctica?	51
Capítulo 4	
“Objetos de saber” y otros objetos	57
Capítulo 5	
Saberes escolarizables y preparación didáctica.....	67
Capítulo 6	
El texto del saber y la estructura del tiempo didáctico	75
Capítulo 7	
El tiempo de la enseñanza como ficción: cronogénesis y topogénesis	81
Capítulo 8	
El tiempo de la enseñanza como ficción: preconstrucción y posterioridad	93
Documentos	
1. Una escala colectiva de nivel individual	113
2. Patrón y fórmula.....	117
3. Multiplicación a la italiana, multiplicación <i>per gelosia</i>	125
4. Autorregulación del sistema didáctico	127
5. Fin de CE2.....	131
6. Una lista de procedimientos	135
Posfacio a la segunda edición.....	139
Referencias	183
Notas.....	187
Referencias bibliográficas	189

¿POR QUÉ LA TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA?

El texto que se encuentra a continuación, bajo el título “La transposición didáctica: del saber sabio* al saber enseñado”, está constituido, salvo algunos retoques puntuales, por notas preparatorias a un curso que dicté en ocasión de la Primera Escuela de Verano de didáctica de las matemáticas, llevada a cabo en Chamrousse del 7 al 19 de julio de 1980. Lleva la marca -que no he procurado disimular- de esa circunstancia. Ese “curso” (puesto que de eso se trata) se presenta bajo una forma deliberadamente didáctica Y, sin ornamentos, no por voluntad de imposición sino por el contrario, con la intención de delimitar claramente los puntos de anclaje -aquellos que, en todo caso, el autor podía proponer en aquel entonces- de un trabajo ulterior de rectificación, de profundización, de extensión, etc.; con la intención, por lo tanto, de abrir la perspectiva de un debate científico sobre el tema tratado.

Ese tema -la transposición didáctica-, que era entonces un tema nuevo, tuvo un poder de seducción indudable. Seducción no desprovista de ambigüedad sin duda, y en muchos casos afectada por ambivalencias. El destino epistemológico del concepto ha trazado hasta aquí itinerarios múltiples pero ordinarios. Fue objeto de exposiciones de seminarios y, sobre todo de un cierto número de trabajos que presentaban análisis didácticos precisos: ése era su origen; ése es, de hecho, su justo lugar.¹ Lo que es aún más notable es que el concepto se difundió más allá de la comunidad de didactas de las matemáticas: lo reencontramos hoy en didáctica de la física² o incluso entre quienes cumplen una función de intervención en el sistema de educación (parece que ha habido una cierta circulación de la noción, especialmente en el sello de los IREM^{**}). Pero más allá de las modalidades de la recepción del concepto, es necesario preguntarse sobre las condiciones de su instalación en los discursos y de su puesta en funcionamiento en la práctica.

Para ello conviene partir de muy lejos: de la posibilidad misma de la existencia de una ciencia que llamamos *la didáctica de las matemáticas*. Toda ciencia debe asumir, como primera condición, pretenderse ciencia de un *objeto*, de un objeto real, cuya existencia es independiente de la mirada que lo transformará en un objeto de conocimiento. Es la posición materialista mínima. En ese mismo movimiento, es preciso suponer en ese objeto un determinismo propio, “una necesidad que la ciencia querrá descubrir”.³ Pero eso -que vale tanto para el psicoanálisis, por ejemplo, como para la física- no es obvio cuando nos encontramos con ese “objeto” que pretendemos tan particular, como el sistema didáctico o, más ampliamente, el sistema de enseñanza.⁴ Lejos de considerarlo espontáneamente como dotado de un determinismo específico que se trataría entonces de desentrañar, no le concedemos comúnmente sino una voluntad débil, enteramente sometida a nuestro libre arbitrio de sujetos deseantes. Y en lo que de él se nos resiste queremos ver el simple efecto de la mala voluntad de algunos malos sujetos (los docentes, dramáticamente conformistas, la administración, insoportablemente burocrática, los “sucesivos gobiernos”, el ministro, etc.). Cualquiera sea el fundamento sociohistórico de una actitud tan unánime (que el investigador no puede contentarse con condenar simplemente porque le molesta, puesto que en ese caso incurriría en la misma falta que pretendería denunciar), es preciso advertir, sin embargo, que en este sentido nos encontramos en una situación verdaderamente *precientífica*. Ha sido necesario, como muestra L. Althusser, esperar a Montesquieu para que empezáramos a tomar en serio -epistemológicamente- el sistema *político*, es decir, para que le reconociéramos la consistencia de una necesidad decisiva, para que abriéramos los ojos a la existencia de un “espíritu” de las Leyes, que manifiesta su eficacia más allá de nuestras razonables prescripciones, nuestros ridículos voluntarismos, nuestro vano sentimiento de poderío doctrinario sobre la cosa pública. Y a pesar de eso, ¿hay necesidad de recordarlo? Toda una parte del siglo XVIII vivió en la duradera ilusión de que podían existir “déspotas ilustrados”, personajes imaginarios, si los hubo, hasta que Federico y Catalina^{***} se encargaron de demostrar hasta qué punto esta expectativa era irreal. ¿Acaso hemos progresado mucho sobre

* N. del E. A lo largo de este libro, y por pedido expreso del autor, hemos respetado con total fidelidad la locución francesa *savoir savant*, traduciendo en todos, los casos *saber sabio*. Sin el embargo, con el fin de acercarnos a los usos corrientes del español, hemos utilizado el término *académico* para traducir *savant*, al referirnos al ámbito de producción de este saber, a las prácticas relacionadas y a los investigadores y productores de este conocimiento.

¹ Véase por ejemplo, Conne (1981) En una perspectiva cercana; véase también Perret-Clermont *et al* (1982).

² Véase Johsua (1982).

^{**} N. del T. Se trata de las siglas correspondientes a los Institutos de Investigación de la Enseñanza de la Matemática.

³ Althusser (1974), p. 16.

⁴ Para la distinción entre sistema didáctico y sistema de enseñanza, véase más adelante (especialmente la figura 2).

^{***} N. del T. El autor se refiere a Federico de Prusia y Catalina de Rusia.

ese punto? Es posible que con el tiempo y tras algunos desencantos, hayamos llegado hace poco a manejarnos con un poco más de prudencia en los discursos.

El contraste se vuelve todavía más vivo cuando fijamos nuestra atención en el sistema educativo. Porque, debemos reconocerlo, éste sigue siendo territorio favorito de todos los voluntarismos, para los que constituye, tal vez, el último refugio. Hoy más que ayer, ese sistema debe soportar el peso de las expectativas, los fantasmas, las exigencias de toda una sociedad para la que la educación es la última reserva de sueños a la que desearíamos poder exigirle todo.⁵ Esta actitud es una confesión: el sistema educativo, enteramente colmado de voluntad humana, podría moldearse según la forma de nuestros deseos, de los cuales no sería sino una proyección, en la materia inerte de una institución. Añadiríamos incluso qué es lo que hemos hecho de él y, al fin de cuentas, encontramos en él lo que hemos puesto en él. Pero la cuestión, aquí, va mucho más lejos. Esta fe ingenua se explicita, desde hace más de veinte años, en un credo singular: el de la “investigación-acción”. Bajo este curioso vocablo se oculta algo muy diferente de un estilo particular de investigación, que desearía legitimarse en tanto dialéctica renovada entre *episteme* y *techné*. Allí se instala, enmascarada, toda una epistemología, o mejor dicho, toda una ideología del conocimiento que, sin embargo, entre sus más rigurosos defensores, se revela como lo que realmente es: un espiritualismo humanista que duda de la realidad misma de lo que se pretende aquí “estudiar-transformar”, y proclama, de manera coherente con su confesión antimaterialista, la llegada de un “nuevo paradigma científico”.⁶ ¡Nada menos! El inundo -o más bien esta miniatura: el sistema educativo-, dado que es una obra humana conscientemente ordenada hacia un fin reconocido, no sería más que el fruto de nuestras voluntades y de nuestros caprichos. De nuestras voluntades, ciertamente, a veces insostenibles; de nuestros caprichos, con frecuencia egoístas, que deberíamos reencaminar. Deberíamos trabajar precisamente para eso. Todo el misterio de esa mecánica que habríamos creado se agotaría en una tensión de voluntades -buenas y malas- y se trabajaría mediante un juego de fuerzas reducido a semejante maniqueísmo.

Obviamente, este es un punto de vista al que la didáctica de las matemáticas está obligada a oponerse: con ello se juega fundamentalmente su inscripción misma en el campo del conocimiento científico. Su postulado y, digamos incluso, su acto de fe, a partir del cual se ordena la perspectiva de sus esfuerzos, es que existe un objeto preexistente e independiente respecto de nuestras intenciones y dotado de una necesidad, de un determinismo propios; un objeto por lo tanto *cognoscible*, en el sentido en el que la actividad científica, en todas las áreas en que se ha desplegado hasta ahora, pretende conocer el mundo. Ese objeto -allí está el obstáculo con el que la investigación-acción tropieza- no es enteramente del orden de la naturaleza. Es lo que yo denominaría un objeto *tecnocultural*, cuya formación se inscribe en la historia (en cuanto a algunos de sus rasgos, se trata de una historia relativamente reciente: cuanto más, tres siglos). Y, al igual que hay un “espíritu” de las Leyes, hay un “espíritu” de nuestro objeto, que nos corresponde explicar.

Pero, ¿cuál es en realidad ese objeto? El didacta de las matemáticas se interesa en el juego que se realiza -tal como lo puede observar, y luego reconstruir, en nuestras clases concretas- entre un *docente*, los *alumnos* y un *saber matemático*. Tres lugares, pues: es el *sistema didáctico*. Una relación ternaria: es la relación didáctica. Esta es la base del esquema por el cual la didáctica de las matemáticas puede emprender, por tanto, la tarea de pensar su objeto. Sin duda, parece un esquematismo tosco pero tiene la virtud principal de poner a distancia las perspectivas parciales en las que se ha buscado durante demasiado tiempo y vanamente una explicación satisfactoria de los hechos mejor comprobados: tal como la demasiado famosa “relación enseñante-enseñado” que ha oscurecido, durante al menos dos décadas, el estudio de los hechos didácticos más inmediatamente transparentes. Esquema polémico que funciona rectificando un error mantenido por demasiado tiempo. Pero una vez planteado esto, es decir, una vez que se torna posible hablar de ese tercer término, tan curiosamente olvidado: el saber, puede formularse una pregunta que otorga a la polémica su verdadero interés: ¿qué es entonces aquello que, en el sistema didáctico, se coloca bajo el estandarte del Saber? El “saber enseñado” que concretamente encuentra el observador, ¿qué relación entabla con lo que se proclama de él fuera de ese ámbito? ¿Y qué relación entabla entonces con el “saber sabio”, el de los matemáticos? ¿Qué distancias existen entre unos y otros?

Estas preguntas mínimas, empero, tocan un punto sumamente importante: génesis, filiaciones, legitimidades, todo esto mezclado y en forma de debate. ¿Génesis míticas? ¿Filiaciones negociadas? ¿Legitimidades inciertas? El cuestionamiento, es verdad, comienza por adoptar un sesgo de sospecha: la investigación epistemológica se torna así fácilmente policíaca y parece *a priori* hostil al funcionamiento *feliz* de la institución. El concepto de transposición didáctica, en tanto remite al paso del saber sabio al saber

⁵ Sobre este tema, véase, por ejemplo Ballion (1982).

⁶ Pini (1981), p.24.

enseñado, y por lo tanto a la distancia eventual, obligatoria que los separa, da testimonio de ese cuestionamiento necesario, al tiempo que se convierte en su primera herramienta. Para el didacta, es una herramienta que permite recapacitar, tomar distancia, interrogar las evidencias, poner en cuestión las ideas simples, desprenderse de la familiaridad engañosa de su objeto de estudio. En una palabra, lo que le permite ejercer su vigilancia epistemológica. Es uno de los instrumentos de la *ruptura* que la didáctica debe ejercer para constituirse en su propio dominio; es aquel por el cual la entrada del saber en la problemática de la didáctica pasa de la potencia al acto: en la medida en que el “saber” deviene para ella *problemático* puede figurar, en adelante, como un término en el enunciado de problemas (nuevos o simplemente reformulados) y en su solución.

Pero para el docente las cosas ocurren de otro modo. En un primer momento, al menos, el reconocimiento de la transposición didáctica supone resquebrajar su participación armoniosa en el funcionamiento didáctico. El sistema didáctico no es el efecto de nuestra voluntad. Su funcionamiento -sin hablar siquiera todavía de su *buen* funcionamiento- supone que la “materia” (enseñante, alumnos, saber) que vendrá a ocupar cada uno de los lugares, satisfaga ciertos *requisitos didácticos* específicos. Para que la enseñanza de un determinado elemento de saber sea meramente *posible*, ese elemento deberá haber sufrido ciertas deformaciones, que lo harán apto para ser enseñado. El saber-tal-como-es-enseñado, el saber enseñado, es necesariamente distinto del saber-inicialmente-designado-como-el-que-debe-ser-enseñado, el saber a enseñar. Este es el terrible secreto que el concepto de transposición didáctica pone en peligro. No basta sólo con que se profundice una brecha: es preciso que esa brecha necesaria sea *negada* y excluida de las conciencias como problema, si subsiste tal vez como hecho contingente. Puesto que, al mismo tiempo, para que la enseñanza dada aparezca legitimada, es preciso que afirme fervorosamente su adecuación con el proyecto que la justifica y que la explicita. El saber enseñado debe aparecer conforme al saber *a enseñar*. O mejor, la cuestión de su adecuación, *no debe ser formulada*. Ficción de identidad o de conformidad aceptable. El enseñante no existe, porque la enseñanza no existe sino al precio de esta ficción: ésta vive de esa ficción, debe vivir de esa ficción. Por lo tanto, señalando un proceso que constituye el objeto de una negación tan vital, el concepto de transposición didáctica se afirma primero como violencia ejercida contra la integridad del acto de enseñanza, cuya identidad desdibuja en una interrogación a la que el docente no puede responder *a priori* sino negándose a escucharla.

Resistencia al concepto. El concepto y la resistencia con la que se encuentra hacen visible otra verdad del funcionamiento didáctico: no se comprende lo que ocurre en el interior del sistema didáctico si no se toma en cuenta *su exterior*. El sistema didáctico es un sistema *abierto*. Su supervivencia supone su *compatibilización* con su medio. Esta le impone responder a las exigencias que acompañan y justifican el proyecto social a cuya actualización debe responder. Hay allí, empero, una especie de paradoja: su respuesta consiste precisamente en no prestar atención a la cuestión. La ficción de conformidad se instala y perdura debido a que el saber a enseñar (y el saber sabio de donde éste deriva por designación) se encuentra rápidamente olvidado en el curso del proceso de transposición, en tanto que punto de partida, objeto de referencia, fuente de normatividad y fundamento de legitimidad. Comúnmente (es decir, fuera de los períodos de “crisis”) permanece ajeno al campo de conciencia del enseñante como tal: la conciencia didáctica es cerrada *porque el sistema didáctico es abierto*. La clausura de la conciencia didáctica responde subjetivamente a la autonomía *relativa* del sistema didáctico; es la forma vivida de la condición de posibilidad de la enseñanza. ¡El sistema didáctico no existe sino para ser compatible con su entorno; y esta compatibilización pasa por una disminución de la conciencia del entorno por parte de los agentes del sistema! El destino del saber se juega en esta astucia del funcionamiento didáctico. Con respecto a él, sería inadecuado hablar de génesis y filiaciones, de rupturas y reformulaciones. Pues supondría dar cabida legítima a una cuestión que no puede sostenerse. El saber que produce la transposición didáctica será por lo tanto un saber exiliado de sus orígenes y separado de su producción histórica en la esfera del saber sabio, legitimándose, en tanto saber enseñado, como algo que no es de ningún tiempo ni de ningún lugar, y no legitimándose mediante el recurso a la autoridad de un productor, cualquiera que fuere. “Pueden creerme”, parece decir el docente, para afirmar su rol de transmisor, que no puede transmitir sino bajo la condición de no producir nada, “pueden creerme porque no se trata de mí...” Aversión de los manuales hacia todo lo que anclaría en una historia el saber que ellos promueven. Lo que ha sido y ya no es, no existe siquiera en el recuerdo: ése es el secreto del funcionamiento sin historia de la institución. El saber enseñado supone un proceso de naturalización, que le confiere la evidencia incontestable de las cosas naturales; sobre esta naturaleza “dada”, la escuela espera ahora su jurisdicción, fundadora de valores que, en adelante, administran el orden didáctico.

Resistir no es rechazar. No siempre. Existe el rechazo del que no quiere escuchar. Existe el rechazo ultrajado de quien protesta: se denunciará entonces el *exceso* del análisis, que se juzgará exagerado y ofensivo para el simple sentido común -eterno aliado de todas las malas causas. Nos escandalizaremos de la afrenta lanzada contra el orden y los valores del mundo -quiero decir, de la institución. Así, el trabajo científico está hecho de minúsculas revoluciones copernicanas, que son a su vez pequeños escándalos. Es verdad, mientras tanto, que los primeros usos de un concepto se consideran frecuentemente como casos “patológicos”, porque se trata de forzar las características con el propósito de ver o hacer ver. De modo que la pertinencia del concepto, su utilidad o su necesidad, aparecen ligados a casos límites y parecen no incluir más que lo aberrante o lo monstruoso. Si, pasando del hecho al derecho, consideramos esos casos como los únicos a los que se aplica con justicia el concepto, también consideraremos exagerado e ilegítimo el uso *sistemático* del concepto -esta ley de hierro del trabajo científico. (Aún en la década de 1920, el hombre común podía llegar a aceptar que la represión, concepto freudiano, se aplicara a los locos, pero objetaba que era falso querer someter a él a las personas de bien.) Sin embargo, lo sabemos, la “resistencia” también puede invertir su curso, hacerse aceptación entusiasta, proselitismo ofensivo, ardor por propagar la “verdad”, y así es como se corrigen las equivocaciones. Entonces, a la inversa, se asignará al concepto el territorio más vasto, la legitimidad más extensa; y, en el mismo movimiento, se creará obligatorio asignar a lo patológico, que el concepto contribuyó primero a explicar, una extensión máxima. (Así es como el hombre común cultivado de nuestros días, henchido de psicoanálisis, proclamará que “todos somos neuróticos”). Existe una relación arcaica con el saber de la que sin duda no nos desharemos jamás completamente. Emocionalmente, vivimos toda conquista de la verdad como reparación de una privación inmemorial, como una victoria obtenida, no sobre la ignorancia -que en definitiva es una cuestión de la que somos responsables-, sino sobre cierta voluntad de secreto, venida de nadie sabe dónde pero evidente por su mismo misterio.

Rechazo irritado, aceptación generosa: son las dos vertientes de una misma emoción. En apariencia, también puede prevalecer otro tono, caracterizado por una cierta sangre fría, un laconismo en la confesión que deja poco espacio al debate. Dos reacciones, de las que puedo hacerme eco aquí, completan e ilustran los análisis precedentes. El “concepto” será, en apariencia, fríamente admitido, como si fuera obvio. Simplemente se considera que un día se ha agregado una nueva palabra a las palabras de la tribu. Simple agregado que no altera la anterior economía del léxico. La “teoría” desempeña ahora el papel de homeostato. Operación de banalización, donde el concepto está vaciado, pierde su fuerza y, puesto a funcionar en los enunciados más nimios, carece finalmente de objeto propio. En todo caso, sólo se impone el significante; es solo el vocabulario lo que ha cambiado. Es verdad, se dirá, es verdad que hay transposición didáctica: ¡organicemos pues esas transposiciones didácticas! El activismo obstruye el análisis y una cierta actitud reflexiva. Preparar una lección sobre el logaritmo se vuelve, entonces, *hacer* la transposición didáctica de la noción de logaritmo. Sin embargo, preparar una lección es sin duda trabajar con la transposición didáctica (o más bien, *en* la transposición didáctica); jamás es *hacer* la transposición didáctica. Cuando el enseñante interviene para escribir esta variante local del texto del saber que él llama *su curso*, o para *preparar su curso* (es decir, para realizar el texto del saber en el desfiladero de su propia palabra), ya hace tiempo que la transposición didáctica ha comenzado... De hecho, el debate no es en este caso más que aparentemente un debate técnico (¿Qué extensión conviene dar al proceso de transposición didáctica? ¿Hay que segmentarlo? Y en ese caso ¿qué segmentación hay que mantener?). Bajo la apariencia de una elección teórica, el enseñante no elige, porque no tiene poder de elección. Retiene del proceso el único momento en el que se sabe involucrado: la redacción del texto del saber -el cual, previamente, en la etapa de la redacción (realizada bajo la forma del manual o de notas del profesor) no es más que un “metatexto”, que no está escrito definitivamente en ninguna parte, que es una matriz de variantes que le darán forma concreta. Mediante esta cómoda ignorancia, el enseñante aniquila las fases del proceso que no sabe gobernar (y que, de hecho, gobiernan su “elección”). Y ese movimiento de clausura de su campo de conciencia le permite sostener la ficción de la transparencia vivida -actuada- del funcionamiento didáctico (es decir, de lo que percibe de éste), y de su capacidad de asumir su control a partir de las únicas variables directrices de las que dispone -en primer lugar, el juego sobre el texto del saber.

Pero también puede verse otra reacción, que en verdad no me esperaba, proveniente de otro campo, el de los didactas. “De acuerdo”, dijeron algunos de ellos, “hay transposición didáctica”; y -también “de acuerdo”- hay que analizar ese proceso (ya no se trataba aquí, por el momento, y en contraste con la preocupación inmediata de los profesores, de “fabricar” transposiciones didácticas). ¿Pero por qué hacer partir el análisis del análisis del saber sabio? Aquello que esboqué a propósito de la resistencia al concepto permite, creo, aclarar esta sorprendente respuesta. La exclusión del saber sabio, que hace posible el desfase

temporal e institucional que separa el saber sabio y sus avatares didácticos por parte del proceso de transposición, es aquello por lo cual el orden didáctico se constituye como cerrado sobre sí mismo. Este modelo en pequeño que desearíamos ver sometido a nuestra única legislación, manifiesto únicamente ante nuestra mirada, adopta aquí su autonomía en la conciencia para alejarse de lo que, en última instancia, funda su legitimidad. La afirmación del desinterés del análisis del saber sabio -arrojado así enteramente y sin pena a la historia y a la epistemología de las matemáticas- manifiesta la infiltración, en la problemática del didacta, de los valores que organizan el punto de vista del docente. Nunca se insistirá demasiado al decir que la ruptura por la que se abre un nuevo espacio científico -el de la didáctica de las matemáticas, como espacio no reductible a los diversos territorios ya delimitados (los de la psicología, la sociología, etc.)- es una ruptura continuada, una operación reiterada, que reencontramos en cada uno de nuestros gestos. Hijo pródigo, el didacta se siente permanentemente tentado de volver a la Morada del Padre y teme involucrarse con la problemática del enseñante. Más de una vez cae presa de la acuciante nostalgia del *alma mater*, de la que un día se apartó porque se le hizo necesaria una cierta distancia epistemológica y axiológica para poder reencontrarla finalmente de otra manera -para poder hacerse didacta.

En sentido restringido, la transposición didáctica designa pues el paso del saber sabio al saber enseñado. Pero la especificidad del tratamiento didáctico del saber puede comprenderse mejor a través de la confrontación de los dos términos, de la distancia que los separa, más allá de lo que los acerca e impone confrontarlos. En verdad, el “olvido” del saber sabio no oscurece en absoluto el desarrollo atento del análisis del saber enseñado: no es más que el primer tiempo de la sustitución, en el análisis del saber enseñado, del análisis del saber sabio, en la ilusión reencontrada de una identidad feliz entre ambos. El distanciamiento ostentoso del saber sabio, suprimiendo uno de los términos del problema planteado, borra el problema y prepara el retorno subrepticio y obcecado de la ficción unitaria que el concepto de transposición didáctica denuncia a través de la separación que señala tercamente en el interior régimen del “saber”. Por el contrario, cuando se le asigna al saber sabio su justo lugar en el proceso de transposición y, sin que el análisis de la transposición didáctica sustituya indebidamente al análisis epistemológico *stricto sensu*, se hace evidente que es precisamente el concepto de transposición didáctica lo que permite la articulación del análisis epistemológico con el análisis didáctico, y se convierte entonces en guía del buen uso de la epistemología para la didáctica. De ese modo, los epistemólogos nos aportan el concepto de problemática. Pero éste se revela un arma muy útil para nuestro propósito: en el paso de tal elemento del saber sabio al elemento que le responde -o mejor, del cual él responde- en el saber enseñado, hay antes de nada un invariante (en general un signifiante: “conjunto”, “distancia”, etc.) y hay una variación, una separación, que constituye toda la diferencia y que el examen de las problemáticas respectivas -la problemática del elemento de saber en el saber sabio, la problemática del elemento de saber puesto en correspondencia con el saber enseñado- hará surgir inevitablemente. El ejemplo de la reforma de las matemáticas modernas constituye un caso excepcional para desarrollar este tipo de investigaciones. Con mucha frecuencia, el saber enseñado se encontró profundamente modificado, en pocos años, y hubo que transponer una inmensa cantidad de elementos tomados del saber sabio (de las matemáticas de los matemáticos). Sin embargo, contrariamente a ciertos casos de transposición, que el especialista de la disciplina identifica con facilidad ya que proceden brutalmente de una descontextualización de los significantes (seguida de su recontextualización en un discurso diferente), las numerosas transferencias llevadas a cabo por la reforma permitieron conservar segmentos lo suficientemente amplios del discurso sabio como para desviar la atención de los matemáticos que apadrinaban la operación. Pero, si el contexto “discursivo” era de ese modo parcialmente conservado, en relación con otro contexto, la descontextualización efectivamente operada se volvía poco identificable y no se identificaba como tal porque transcendía el texto del saber, la red *de las problemáticas y de los problemas* en la que el elemento descontextualizado hallaba originalmente sus usos, su empleo, es decir, su sentido. Sabemos que fueron necesarios algunos años para que los matemáticos percibieran este error.

Curiosamente hay que agregar, a los argumentos precedentes, otro de sentido contrario. El saber sabio nos interesa porque ciertas exigencias que intervienen en la preparación didáctica del saber, están ya influyendo a partir de la constitución del saber sabio o al menos a partir de la formulación discursiva de ese saber. Esto ocurre particularmente en el caso de la exigencia de *despersonalización*, a la que indudablemente no hemos otorgado la merecida atención. Todo saber considerado *in statu nascendi* está vinculado a su productor y se encarna en él, por así decirlo. Compartirlo, en el interior de la comunidad académica, supone un cierto grado de despersonalización, que es requisito para la *publicidad* del saber. Se olvida demasiado, por ejemplo, que lo que llamamos hoy la mecánica clásica fue primero el saber personal, casi esotérico, de Isaac Newton, y que fue de las presiones de su entorno que nacieron finalmente los *Principia*. Y sabemos también que Cantor pagó muy caro ese saber tan extrañamente ligado a su persona -

hasta la locura- que, menos de un siglo después y furiosamente transpuesto ya era moneda corriente. Sin duda el proceso de despersonalización no se realiza nunca tan completamente como durante el momento de la enseñanza (“Pueden creerme, porque no es mío...”). Pero comienza indiscutiblemente en la comunidad académica. Asume en ella, es cierto, modalidades y funciones diferentes. Según las condiciones de la exposición del saber, este proceso debe dar lugar primero a la difusión y a partir de allí, a la *producción social* de conocimiento. Más tarde, además, en la intimidad del funcionamiento didáctico, cumpliría una función enteramente diferente: de reproducción y de representación del saber, sin estar sometido a las mismas exigencias de productividad. El juego del saber adopta ahora un aspecto totalmente diferente.

Hay más de un modo en que un concepto pierde su carácter incisivo. Son los usos que sabemos darle y *que le damos* los que le otorgan su fuerza explicativa, su valencia epistemológica. Un concepto puede gastarse a fuerza de usos incorrectos. No basta, entonces, con plantear que hay transposición didáctica y dejar las cosas en ese punto. Preguntémonos, más bien: “¿Por qué hay transposición didáctica?” La respuesta –“Porque el funcionamiento *didáctico* del saber es distinto del funcionamiento académico, porque hay dos regímenes del saber, interrelacionados pero no superponibles”- hace surgir una nueva pregunta, que permite ampliar la temática del cuestionamiento y profundizar el debate (para ahondar en profundidad es preciso ahondar en amplitud). La transposición didáctica tiene lugar cuando pasan al saber enseñado elementos del saber. ¿Pero por qué son necesarios esos flujos? Comúnmente, el saber enseñado vive muy bien encerrado sobre sí mismo, en una plácida autarquía, protegido por lo que hemos llamado la “clausura de la conciencia didáctica” -este distanciamiento, tan eminentemente funcional, del resto del mundo. Y cuando se lo observa, el funcionamiento didáctico revela incluso una verdadera capacidad de producción de saber a los fines del autoconsumo. Esta *creatividad didáctica* introduce muchas variaciones sobre los grandes motivos de la más alta ascendencia (el único coseno de las matemáticas hace surgir dos, el grande y el pequeño, sin violar en nada la legalidad matemática y con toda legitimidad didáctica). Hasta cierto punto, el funcionamiento didáctico es, pues, capaz de proveer a sus propias necesidades en cuanto al saber que se va a enseñar. ¿Por qué, entonces, un día, en cierto momento de su historia, esta apacible economía debe abrirse a aportes que no son de su elaboración? ¿Por qué ese funcionamiento aparentemente armonioso y sereno llega a entrar en crisis?.

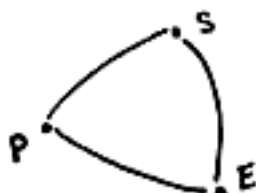


Figura 1

Será útil, para responder a esas preguntas, utilizar un pequeño esquema teórico cuyo provecho no se limita ciertamente al uso que haremos en esta ocasión. Ya me he referido antes al sistema didáctico. Aquí está representado con sus tres lugares (P: el enseñante, E: los alumnos, S: el saber enseñado) y, las interrelaciones entre ellos. Es preciso ahora estructurar más finamente lo que denominé su “entorno”. Concretamente, los sistemas didácticos son formaciones que aparecen cada año hacia el mes de septiembre*: alrededor de un saber (designado ordinariamente por el programa) se forma un contrato didáctico que toma ese saber como objeto de un proyecto compartido de enseñanza y aprendizaje y que une en un mismo sitio a docentes y alumnos. El entorno inmediato de un sistema didáctico está constituido inicialmente por el *sistema de enseñanza*, que reúne el conjunto de sistemas didácticos y tiene a su lado un conjunto diversificado de dispositivos estructurales que permiten el funcionamiento didáctico y que intervienen en él en diversos niveles. Incluye, por ejemplo, medios multiformes (oficiales y oficiosos) de regulación de los flujos de alumnos entre los sistemas didácticos, asegurando (entre otras funciones) la formación del conjunto de los sistemas didácticos de modo viable. No nos detendremos aquí en esas cuestiones, que se corresponden esencialmente a otras áreas del análisis didáctico, en las que se plantean problemas igualmente profundos (que se refieren precisamente a las condiciones de la constitución viable de los sistemas didácticos tales como las de la heterogeneidad u homogeneidad de las clases). El sistema de enseñanza -la

* N. del T. En Francia el curso escolar comienza en el mes de septiembre.

“miniatura” de la que hablé anteriormente- posee a su vez un entorno, que podemos denominar, si lo deseamos, la *sociedad*, la sociedad “laica”, por contraste con esa sociedad de expertos que es el sistema de enseñanza/educativo. Ese entorno se caracteriza evidentemente por una estructuración en extremo compleja. Pero, en una primera aproximación, no podemos dejar de introducir en él una especificación muy simple: retendremos de él solamente a los “padres” y los *académicos* (los matemáticos) -y luego, por supuesto, la *instancia política*, decisonal y ejecutiva (el Ministerio, etc.), es decir el órgano de gobierno del sistema de enseñanza. En este estadio de la descripción, el decorado solo está parcialmente reconstruido.

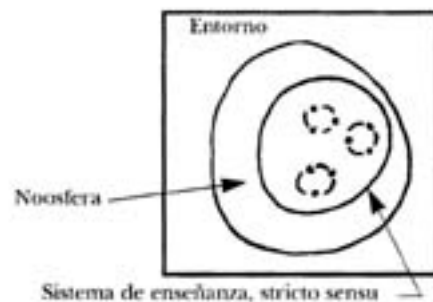


Figura 2

Esto se debe a que, en la periferia del sistema de enseñanza, que denominaremos ahora sistema de enseñanza *stricto sensu* (fig. 2), es preciso dar su lugar a una instancia esencial para el funcionamiento didáctico, suerte de bastidor del sistema de enseñanza y verdadero *tamiz* por donde se opera la interacción entre ese sistema y el entorno societal. Allí se encuentran todos aquellos que, en tanto ocupan los puestos principales del funcionamiento didáctico, se enfrentan con los problemas que surgen del encuentro con la sociedad y, sus exigencias; allí se desarrollan los conflictos, allí se llevan a cabo las negociaciones; allí maduran las soluciones. Toda una actividad ordinaria se despliega allí, fuera de los períodos de crisis (en los que ésta se acentúa), bajo la forma de doctrinas propuestas, defendidas y discutidas, de producción y de debates de ideas -sobre lo que podría modificarse y sobre lo que conviene hacer-. En resumen, estamos aquí en la esfera *donde se piensa* -según modalidades tal vez muy diferentes- el funcionamiento didáctico. Para esta instancia sugerí el nombre paródico de *noosfera*. En la noosfera, pues, los representantes del sistema de enseñanza, con o sin mandato (desde el presidente de una asociación de enseñantes hasta el simple profesor militante), se encuentran, directa o indirectamente (a través del libelo denunciador, la demanda conminatoria, el proyecto transaccional o los debates ensordecidos de una comisión ministerial), con los representantes de la sociedad (los padres de los alumnos, los especialistas de la disciplina que militan en torno de su enseñanza, los emisarios del órgano político).

El esquema delineado es simple; conserva apenas lo esencial con el fin de dar una base amplia al estudio del proceso de transposición didáctica. Un análisis detallado, a propósito de ese ejemplo de transposición, exigiría indudablemente una descripción más fina. Se requeriría hacer justicia a la complejidad de las posiciones diferenciales de los diversos agentes en su intervención en el seno de la noosfera -donde las competencias están delimitadas con precisión, los registros están asignados, las responsabilidades, distribuidas y los poderes, circunscriptos. Ciertamente, un matemático no puede desplegar allí los mismos argumentos que un maestro: puede recordar lo que debería ser el saber a enseñar y, por medio de una deducción que ya no le pertenece y que sólo puede sugerir, puede recordar lo que debería ser el saber enseñado; pero no puede, a causa de su ilegitimidad en ese rol, promoverse al papel de pedagogo y decir cómo se debería enseñar. ¡Sin mencionar aquí el lugar, todavía tan incierto, que podría ocupar el didacta! Para nuestro objetivo, nos atendremos al esquema propuesto: nuestra intención es explicar un fenómeno, no acumular los rasgos descriptivos para que parezca verdadero. La explicación -científica no busca un hiperrealismo fenoménico; la ciencia es un añadido a lo real, no un facsímil del mundo, y lo que es poco significativo no debe ser tenido en cuenta.

¿Por qué, entonces, hay flujos de saber que van del entorno hacia el sistema de enseñanza pasando por la noosfera? El primer problema que debe ser resuelto para que exista el sistema de enseñanza, es decir, para que la enseñanza *sea posible*, es el de la compatibilidad del sistema con su entorno. Esta compatibilidad debe realizarse en múltiples y diferentes planos (aunque solidarios entre sí). Pero, en lo que respecta al plano del saber, podemos caracterizarla simplemente por una doble condición. Por un lado, el saber enseñado -el saber tratado en el interior del sistema- debe ser visto, por los mismos “académicos”, *como suficientemente cercano al saber sabio* a fin de no provocar la desautorización de los matemáticos, lo cual

minaría la legitimidad del proyecto social, socialmente aceptado y sostenido, de su enseñanza. Por otra parte simultáneamente el saber enseñado debe aparecer como algo *suficientemente alejado del saber de los “padres”* (o, al menos de esas fracciones de clases que en una formación social semejante ocupan el escalón más alto en materia de educación), es decir, del saber banalizado en la sociedad (¡y banalizado muy especialmente por la escuela!). En este punto también, una distancia inadecuada llevaría a poner en cuestión la legitimidad del proyecto de enseñanza, degradando su valor –en ese caso, ¡los enseñantes no harían más que lo que los propios padres podrían hacer tan bien como ellos si simplemente dispusieran del tiempo necesario!-. Pero, la distancia correcta que el saber enseñado debe guardar respecto del saber sabio y también respecto del saber banalizado resulta poco a poco erosionada. El saber enseñado *se gasta*. Se trata de un desgaste que podemos considerar “biológico” y que lo aleja demasiado visiblemente del saber sabio. Desgaste “moral” también, u obsolescencia, que lo acerca peligrosamente al saber banalizado. Con el tiempo, el saber tratado por el sistema de enseñanza envejece; un buen día se percibe que se ha vuelto viejo en relación a la sociedad (en relación con el saber sabio y con el saber banalizado). Por un lado -envejecimiento biológico- se lo declara en desacuerdo con el desarrollo del saber correspondiente en sus formas libres (no escolarizadas). Desacuerdo que puede comprender contenidos diversos: puede ocurrir que como corolario del progreso de la investigación se revelen como falsos los resultados hasta entonces enseñados -situación que no es infrecuente en biología, por ejemplo; o puede ocurrir incluso que cierta cuestión, que ocupaba un lugar importante en los programas, bruscamente se considere carente de interés a la luz de nuevos desarrollos o cambios en las problemáticas del campo científico considerado, etc. Por otro lado -envejecimiento “moral”- el saber enseñado se encontraría en desacuerdo con la sociedad en un sentido amplio, aunque, llegado el caso, si se lo juzgara estrictamente según los criterios de la disciplina correspondiente, no habría nada que reprocharle. En resumen, una cuestión de época o de estado de ánimo.

En los dos casos, el desgaste del saber enseñado supone como resultado la incompatibilización del sistema de enseñanza con su entorno. Los matemáticos se inquietan por la falta de autenticidad de una enseñanza que para ellos es demasiado ajena a las formas contemporáneas del saber de las que se sienten responsables naturales. Los padres se convencen de la inadecuación del sistema de enseñanza, al que pronto reprochan sin medida su arcaísmo y su falta de dinamismo. Los profesores se sienten afectados por el desprestigio que los alcanza y se irritan a causa de esa doble mirada de sospecha lanzada a sus espaldas y que atenta contra la autonomía necesaria del funcionamiento didáctico -y que les impedirá tarde o temprano, realizar su trabajo... Para restablecer la compatibilidad, se torna indispensable la instauración de una corriente de saber proveniente del saber sabio. El saber enseñado se ha vuelto vicio en relación con la sociedad; un nuevo aporte *acorta la distancia con el saber sabio*, el de los especialistas; y *pone a distancia a los padres*. Allí se encuentra el origen del proceso de transposición didáctica.

Se comprenderá mejor la significación de esta poderosa conmoción, de ese gran movimiento que fue “la reforma de las matemáticas modernas”, cuyo análisis se encuentra aun hoy insuficientemente realizado (incluso aunque la crítica se llevara a cabo muy prontamente), si, en lugar de buscar el principio explicativo en la estructura de las matemáticas mismas (como su nombre, que subraya además tan nítidamente la obsesión por el desgaste del saber, nos invita sin embargo expresamente a hacer), intentamos considerarla como un conjunto de modificaciones, globales y locales, que procuran restablecer la compatibilidad entre el sistema de enseñanza y su entorno, entre la sociedad y su escuela. Tomaré aquí un solo ejemplo. ¿Por qué, si los docentes han enseñado desde siempre las cuatro operaciones, experimentamos la necesidad, a fines de los años sesenta, de envolver esas cuatro operaciones bajo el concepto de *operadores*?

Porque la introducción de los operadores satisface numerosas condiciones vitales para nuestro sistema. En relación con el entorno, se presenta a priori como una operación de la que podemos esperar un beneficio excepcional. De ese modo, del lado de las matemáticas, por el recurso al nombre mismo de operador, esta operación ofrece la garantía de una benévola neutralidad: el elemento que por medio de ésta toma su lugar en el saber enseñado posee sus diplomas de nobleza matemática. La maniobra es incluso extremadamente audaz; ¡la noción de operador nos hace situarnos por encima de todas las clases del liceo! El alumno más pequeño no la reencontrará sino mucho más tarde (pero entonces ya según su uso originario, o casi), en la universidad, ¡si acaso la reencuentra! Pero el cambio alcanza su mayor funcionalidad *frente a los padres*. Los padres -aquellos que forman parte de las clases medias y superiores, por lo menos- podían creer, efectivamente, partiendo de la amplia banalización social de la técnica de las cuatro operaciones, que el profesor, en el fondo, sólo estaba haciendo lo mismo que ellos habrían podido hacer si dispusieran del tiempo para hacerlo. Esta tendencia a descalificar la tarea, desvalorizaba el oficio y el docente casi podía llegar a perder su existencia social -ocupando el mismo lugar que la empleada doméstica. ¡Su lugar parecía ser el de quien resuelve un problema *no de competencia técnica sino de tiempo*! Después de la introducción

de los operadores, que exige de los profesores un esfuerzo nada menospreciable, la situación se modifica enteramente. Su oficio tendía a ser descalificado; pues bien, ahora son los padres los que, brutalmente, se encuentran en peligro de ser descalificados. Se invierte la trayectoria de las protestas: los padres se sienten molestos porque ya no comprenden. Desde una posición baja, los enseñantes pasan de inmediato a una posición alta, que por un tiempo restablece su autonomía de funcionamiento...

Si interrogamos a quienes, en los años sesenta (y algunos ya a partir de los años cincuenta) fueron los promotores y los artesanos de la reforma, los veremos sorprenderse e incluso molestarse ante la explicación que acabo de proporcionar. La motivación para introducir los operadores les parece enteramente diferente -la examinaremos en seguida. Pero lo que resulta sorprendente y que conviene subrayar debidamente, se encuentra en otra parte. Las relaciones entre el sistema de enseñanza y su entorno, entre la sociedad y su escuela, son ciertamente de una impresionante complejidad. No es en absoluto sorprendente que a la larga se manifiesten desajustes y que ciertos reajustes se revelen, por lo tanto, necesarios. Pero cuando se estudia el mecanismo por el cual se realizan esas readaptaciones nos encontramos con lo siguiente: para modificar este enorme entrelazamiento de interacciones, todavía tan poco explorado y tan mal conocido, es posible -incluso si se trata de una operación delicada y que supone tantos riesgos (de los que hemos tomado conciencia tardíamente, precisamente en relación con la reforma)- obtener un resultado *manipulando una sola variable*: el saber. Obviamente puede invertirse el argumento y sostenerse que al querer modificar tanto con tan poco, no es sorprendente que surjan nuevos desajustes, eventualmente más graves que los que se procuraban corregir. Sin embargo es necesario, de todos modos -especialmente si queremos comprender la acción de la noosfera-, subrayar *la desproporción entre el medio puesto en funcionamiento* (una modificación del saber) y *el efecto buscado* (una reestructuración del conjunto de las relaciones entre sistema y entorno). La fiabilidad del procedimiento puede ser insuficiente. Su efectividad no es menos cierta.

La noosfera es el centro operacional del proceso de transposición, que traducirá en los hechos la respuesta al desequilibrio creado y comprobado (expresado por los matemáticos, los padres, los enseñantes mismos). Allí se produce todo conflicto entre sistema y entorno y allí encuentra su lugar privilegiado de expresión. En este sentido, la noosfera desempeña un papel de tapón. Inclusive en períodos de crisis, ésta mantiene dentro de límites aceptables la autonomía del funcionamiento didáctico. El profesor en su clase está en principio al abrigo de las dificultades con las que se encontrará el miércoles por la tarde*, cuando entrando en la noosfera, participe, por ejemplo, en una reunión de profesores de su disciplina. Si en algún momento debe modificar su enseñanza, eso se determinará por la mediación de la noosfera -incluso si, administrativamente, recibe esa orden de la instancia política- no bajo la presión directa de las exigencias de los padres o de los matemáticos. Comprobado este hecho, ¿cómo puede actuar la noosfera para restablecer la compatibilidad entre sistema y entorno? Tradicionalmente existe un análisis dicotómico de los medios de acción que pueden ponerse en práctica, que distingue por un lado los métodos y por otro lado los contenidos. Ciertamente, la producción de la noosfera es abundante, tanto respecto de los primeros como de los segundos. Para muchos de sus miembros la pedagogía es una profesión -para otros, un comercio- y por ende elaboran doctrinas según una gama de lo más variada (aunque se puede demostrar que la mayor parte de las doctrinas proceden, a partir de una combinatoria muy limitada, de una temática finita -“motivación”, “esfuerzo”, “actividad”, “concreto”, etc.- y que algunas son altamente irrealistas). Pero lo que distingue esencialmente esas dos vías de acceso al cambio, es la relación costo/eficacia. El saber -los contenidos- ofrece una *variable de control muy sensible* que permite obtener efectos espectaculares con menores gastos y sobre la cual la instancia política tiene asegurado el *control* por medio de los programas y de sus comentarios oficiales y los manuales que los explicitan. Contrariamente, los “métodos” que ocupan cierto lugar en el *interior* de la noosfera constituyen un medio de acción *muy poco efectivo*. La inexistencia de canales seguros -que serían, respecto de los métodos, equivalentes a lo que son los programas y su acompañamiento para los contenidos- a través de los cuales podría imprimirse un cambio a ese nivel en el sistema de enseñanza, implica un costo excepcionalmente alto para su operativización. La historia reciente de este siglo muestra que si bien pueden aportarse modificaciones nuevas en este sentido, éstas siguen siendo sólo de orden local, incluso puntual, y a menudo se muestran lábiles. Existe algo así como una “ergodicidad” del sistema de enseñanza que, a pesar de las perturbaciones creadas por el mal uso de los métodos, lo conduce a un estado de mejor economía en el que la variable determinante es nuevamente el saber (¡o su ausencia!). A eso hay que agregar que ese privilegio, funcionalmente concedido al saber, se expresa y refuerza a la vez por la división de la noosfera según los diferentes saberes enseñados, acerca de

* N. del T. El miércoles es día de asueto general en los colegios franceses.

los cuales los “especialistas” -no sin razón, como acabamos de ver- conservan como horizonte principal, sino único, el saber del que se consideran a cargo: y se comprende entonces la elección de la acción, aparentemente ente deliberada, que va a efectuar la noosfera.

Porque la noosfera opta prioritariamente por un reequilibrio *por medio de una manipulación del saber*. Es ésta, pues, la que va a proceder a la selección de los elementos del saber sabio que, designados como “saber a enseñar”, serán entonces sometidos al trabajo de transposición; también es ésta la que va a asumir la parte visible de ese trabajo, lo que podemos llamar el trabajo *externo* de la transposición didáctica, por oposición al trabajo *interno*, que se realiza en el interior mismo del sistema de enseñanza, bastante después de la introducción oficial de los nuevos elementos en el saber enseñado. ¿Cómo se opera esta selección, cuáles son sus objetivos? Hemos visto que la selección que ha de hacerse no es sencilla, ya que debe restablecer, en relación con el saber, una dialéctica sutil -la “buena” distancia- entre sistema y *entorno*. Sin embargo, *éste no es un objetivo para la noosfera*. Sin duda, los artífices de la reforma no reconocerían su estrategia en el escenario que he descrito: es mas, lo condenarían alegando que es fruto de un maquiavelismo mecanicista y ligeramente perverso. En todo caso, no considerarían que ese esquema explicativo tenga nada que ver con sus intenciones conscientes y explícitas (o explicitables), incluso si, acordando con nuestra perspectiva, reconocieran finalmente en ese esquema no sólo una lectura verosímil de un escenario inconsciente del que habrían sido, sin saberlo, los actores mistificados (todo habría ocurrido como si...), sino el *efecto real*, debidamente constatable (el saber enseñado se acercó realmente al saber sabio, los padres fueron efectivamente puestos a distancia, por un tiempo) de su acción y del movimiento de conjunto donde se inscribía la historia.

A decir verdad, habría buenas razones para justificar esta actitud: siempre las mismas. Puesto que un pleno reconocimiento equivaldría aquí a reabrir el campo de la conciencia didáctica de modo tal que se perciba la existencia de un más allá del sistema didáctico y a poner en peligro, más profundamente todavía, precisamente lo que se procura restaurar -la autonomía relativa (es decir, ficticia) del funcionamiento didáctico. ¿Qué esperaba entonces la noosfera de una modificación del saber -tal vez al margen de ese propósito tan poco confesable que el análisis hizo ver? Para responder conviene completar ahora la descripción del desequilibrio entre el sistema de enseñanza y la sociedad. Hemos adoptado, en cada caso, el punto de vista de los académicos, el de los padres, el de los enseñantes. Falta el punto de vista de los alumnos. Afirmé antes que el profesor, en su clase, se encontraba relativamente protegido de la “crisis”. De hecho, el profesor se encuentra finalmente con la crisis, que se le hace manifiesta *adoptando la forma de los alumnos*. Existe algo así como una dualidad entre alumnos y saber enseñado; el desgaste del saber es el saber que deviene viejo en relación con la sociedad; es también, *dualmente, la sociedad que deviene vieja* (desgastada), a través de sus niños, *en relación con el saber*. Concretamente, ese saber ya no “sirve”, los alumnos ya no llegan a absorberlo, la frescura del (re)comenzar desaparece: a falta del poder para cambiar a los alumnos, se hace preciso cambiar el saber. Así, el desgaste del saber se diagnostica simultáneamente (y dualmente), como *crisis de la enseñanza*. Para el enseñante, y para sus representantes en la noosfera, *la reforma debe apuntar a eso*: a permitir que se responda de manera satisfactoria a la “crisis de la enseñanza” que él experimenta cotidianamente, y resolver el problema de las dificultades de aprendizaje -restaurar el deseo de saber da famosa “motivación”) y darle los medios para contrarrestar la progresiva necrosis, a la que ve ganando terreno cada año...

Si nos deshacemos por un instante de la evidencia de una expectativa tan familiar, las razones de esta actitud resultan sorprendentes. ¿En qué sentido una modificación del saber enseñado puede, por ejemplo, suprimir las dificultades de aprendizaje? Descartemos una primera respuesta, de apariencia simplista pero en absoluto subestimable: si surge una dificultad, a propósito de tal o cual noción o tipo de ejercicio, es evidentemente posible suprimir esa noción o ese tipo de ejercicio. Ese mecanismo funciona precisamente en el curso de la transposición didáctica, pero permanece generalmente bajo una propicia falta de claridad que posibilita la ausencia de una conciencia clara del fenómeno y de la asunción de su intencionalidad. Incluso bloques enteros del saber enseñados pueden resultar alcanzados por esta expulsión -fenómeno de vaciamiento de contenidos que se observa en ciertas épocas de amplia apertura del sistema de enseñanza respecto de nuevos flujos de alumnos (en las fases de democratización intensiva, por ejemplo), que suscita la inquietud y la oposición de los “herederos” y que es correlativo, en períodos ordinarios, a la constitución de las orientaciones “básicas” del sistema de enseñanza. Una segunda respuesta, de complejidad superior, parece aquí más pertinente. Para darla debemos partir de una comprobación: después de enfrentarse con una dificultad repetida, el enseñante cree espontáneamente en la posibilidad de que puede ser eficazmente resuelta *a partir de una reorganización del saber*. En soledad, al frente de su clase, el profesor pensará en retocar su curso, en general según una combinatoria simple (por ejemplo, alterará el

orden de dos elementos -la continuidad antes que los límites, mientras que hasta entonces hacía lo contrario). Pero cuando se presenta la ocasión para una reforma de los programas, los medios, y con ellos las ambiciones, adquieren otra dimensión. Ya no se trata de una simple reorganización por permutación sino de una verdadera *refundación* del conjunto de los contenidos. Reelaborando el texto del saber, y especialmente otorgando una existencia en el discurso a aspectos anteriormente no registrados, se procuran, simultáneamente, las herramientas para un diagnóstico y una medicación. Veremos un ejemplo de ello.

En los años cincuenta, al igual que en los ochenta, los alumnos escriben obstinadamente, no todos y no todo el tiempo, pero lo suficientemente a menudo como para que el profesor se irrite y quiera remediarlo, la pseudo igualdad de este modo : $\frac{a+b}{a+c} = \frac{b}{c}$. Si la delimitación de lo real matemático que realiza el texto del

saber no permite *nombrar* este error, o insertarlo en un conjunto significativo de prácticas, a título de desviación, es natural que resulte irritante -sin que se posean siquiera los medios para referirse a ello. Pero, con la introducción de la delimitación textual “moderna” (ley de composición, elemento neutro, operación inversa, etc.), la situación se modifica. Se podrá nombrar el error, constituirlo como contratipo de un tipo de práctica legítima y autenticada por el discurso matemático de enseñanza. He aquí, por ejemplo, cómo un autor contemporáneo del movimiento de reforma de los años sesenta aborda la dificultad que acabo de mencionar: “El procedimiento de 'simplificación' -escribe- se basa en la noción de operación inversa 'en el interior de una familia' y el resultado es el elemento neutro para esta familia”. (Las confusiones al respecto conducen a los errores: $\frac{a+b}{a+c} = \frac{b}{c}$ o bien $\frac{a}{a} = 0$)⁷

Esta breve cita es muy reveladora del trabajo operado en la noosfera. Afirma en principio la posibilidad de *volver a rotular*, en el lenguaje de las matemáticas modernas, la vieja noción de “simplificación”, mencionada solamente entre comillas, que se ha propuesto reducir a la noción de operación *inversa*, (“en el interior de una familia”). Luego, la cita plantea, entre paréntesis (hasta tal punto la cosa parece darse por sentada), la virtud *diagnóstica* y la eficacia *terapéutica* de esta nueva lectura de las prácticas matemáticas en la clase. Por un lado, ésta permite *identificar* errores bien conocidos pero erráticos en relación con las clasificaciones anteriores. (Así, el error que hemos tomado como ejemplo se presenta ahora como una transgresión de las reglas acerca de la *operación inversa* y el *elemento neutro*.) Por otra parte, esta transgresión se imputa a una confusión (por parte del alumno). Pero, a ese diagnóstico de confusión responde inmediatamente, por parte del enseñante, la técnica curativa que consiste en insistir, a través de la repetición y, la exhortación verbales, en el principio transgredido. El autor citado se refiere a ello como el *ataque directo* a los errores: “Me parece, escribe efectivamente, que los errores más graves provienen de la confusión entre las operaciones de adición y de multiplicación como así también de un desconocimiento del orden de las operaciones. Solamente mi 'ataque directo' a esas faltas permitirá esperar su corrección”.⁸

El trabajo que la noosfera realiza para elaborar el nuevo texto del saber se consagra así a una estrategia de ataque de aquellas dificultades de aprendizaje cuya pregnancia entre los enseñantes y su gran estabilidad hay que aceptar (como un problema planteado a la didáctica): toda dificultad observada debe primeramente ser identificada, es decir, debe ser reconocida como algo que viola una regla debidamente establecida (conmutatividad, distributividad, regla de los signos, etc.). A partir de allí, se hará que el alumno que incurra en el error preste atención a la regla transgredida para disipar la confusión que se supone esta en la base de su error. Es ésa la gran esperanza que permite confiar, en compensación por las incertidumbres de un futuro aun incierto, en la perspectiva de las modificaciones aportadas al saber enseñado. Toda reorganización del texto del saber lleva en sí, orgánicamente, un reacondicionamiento de la noseografía en uso y abre de ese modo una vía de acceso, que se supone más eficiente, a la patología ordinaria del aprendizaje. Obviamente, el texto del saber define los principios que el alumno debe respetar y delimita entonces, en un momento dado, los errores que el profesor podrá identificar y para los cuales dispondrá, con el diagnóstico de “confusión”, de la técnica del “ataque directo”; y los errores que deberá renunciar a elucidar, para los cuales no podrá pronunciar el veredicto de confusión -para que haya confusión es preciso que haya también identificación de, al menos, una “ley” y, aplicación de ésta en un caso no pertinente- y para los cuales no habrá más recurso que formular un diagnóstico tan inespecífico como el de la “falta de atención”, exigiendo -medicación bien pobre- *un poco más de atención*, sin poder “atacar” nada más preciso. Así, el nuevo texto del saber lleva en sí, intrínsecamente, los límites de las esperanzas que hace nacer y que,

⁷ Storer (1959), P. 127

⁸ *Ibid.*

muchas veces rápidamente perdidas, se perpetúan sin embargo en una fe ingenua siempre dispuesta a reanudarse. No está entre mis propósitos proceder a una *crítica* de esta expectativa indefinidamente sostenida: solamente se trata de reconocer su existencia, su tenacidad, de identificar sus efectos, de subrayar su significación, tanto para los enseñantes como en la noosfera. Para el enseñante, la herramienta esencial de su práctica es *el texto del saber* (que deviene palabra a través de él), en las variaciones que él se permite imponerle. Las otras variables de gobierno de las que puede disponer -especialmente aquellas que no están específicamente ligadas a contenidos de saber- son variables subordinadas y le permiten sobre todo organizar la puesta en marcha de su primer arma, el texto del saber. Éste, el único capaz de hacer existir al enseñante en cuanto tal, es al mismo tiempo el principal instrumento terapéutico. Es a través de él e inmediatamente gracias a él, que el enseñante actuará para modificar los efectos de la enseñanza o para actuar sobre lo que siga siendo patológico, a pesar de la enseñanza dada. En consonancia con esta pura lógica de la acción, los miembros de la noosfera aprecian cualquier reacomodamiento de la estructura del saber enseñado con el fin de renovar los medios para prevenir y curar lo que este reacomodamiento trae consigo. O más bien, las elecciones que tienen lugar en el saber sabio se guían por esta exigencia. Cualquier nueva noción que aparezca, cualquier nueva presentación que se proponga, será evaluada, juzgada, promovida en función de su capacidad (supuesta) para tratar las dificultades más evidentes. Así fue como la teoría de los operadores tuvo también, junto a sus virtudes “ennobecedoras” (de las que hablé antes), la ventaja de hacer pensar (por un razonamiento en cuyo análisis no puedo detenerme aquí) que era posible refortalecer gracias a ella la enseñanza de las cuatro operaciones, resolver, desplazando el problema por medio de un cambio en el saber enseñado, las dificultades con las cuales esa enseñanza venía tropezándose hasta entonces.

La actividad ordinaria de la noosfera busca en principio conscientemente un cambio “terapéutico”. Cambio no es sinónimo de modernización. El cambio es aquí excepcionalmente buscado en la perspectiva de una puesta al día del saber enseñado. Los requisitos de compatibilidad quedan al margen de la intención reformadora. Cuando afloran a la conciencia del reformador es bajo la forma de un travestismo estereotipado, convertidos en consignas que designan y enmascaran a la vez su sentido: de la “modernización” a la “apertura de la escuela a la vida” -expresión polémica que proclama atolondradamente, a sus espaldas, el *cierre* del orden didáctico. Sin embargo, los requisitos de compatibilidad son los más fáciles de satisfacer. Todo lo que se toma exitosamente en préstamo del saber sabio, es decir, todo préstamo cuya inserción en el saber enseñado está fundado sobre el funcionamiento didáctico -¡lo que supone de todos modos el complejo trabajo de la transposición didáctica!-; todo préstamo tomado exitosamente del saber, logra satisfacer esos requisitos al menos parcialmente y, de algún modo, automáticamente. No es necesario *querer* responder a las exigencias de compatibilidad para darles una respuesta. Este logro no presupone en absoluto la clara conciencia de lo que éste realiza. Prácticamente toda la atención de la noosfera se orienta en otra dirección. Pero, debido a la insistencia en esta única preocupación, las posibilidades de éxito se encuentran altamente comprometidas. La empresa es azarosa, los resultados inciertos, a menudo sospechosos. ¿Cómo asombrarse? Se habrá notado, así, el legalismo impávido que cimenta la búsqueda de un “mejor” texto del saber. Aquí el error está considerado en relación con una ley que, “por confusión” -y se subrayará el valor transaccional, de negociación, de esta expresión- el alumno no habría sabido respetar; la acción reparadora consiste en invitar al culpable a que respete la ley matemática, recordándole sus términos y, si cabe, exhortándolo a recordarlos y a conformarse a ellos. Una concepción semejante tiene muy poca relación con lo que se pretende cambiar. Y el análisis didáctico no tiene ninguna dificultad para demostrar que, bajo la cosmética de superficie del cambio de programas, la estructura profunda de la relación didáctica, por lo general, apenas resulta afectada por muy débiles alteraciones.

Con esto, el trabajo de la noosfera está apenas iniciado. Puesto que, entre el proyecto -marcado por la designación del saber a enseñar- y su realización, un tercer orden de condiciones plantea obstáculos. Alineados junto a las condiciones de *compatibilidad* y a aquellas que la noosfera se impone a sí misma, se encuentran las que podríamos denominar condiciones de *componibilidad*: con los elementos anteriores (retomados del antiguo texto del saber) y los nuevos (tomados del saber sabio), es preciso construir un texto nuevo, llevar a cabo una integración aceptable de unos y otros. La noosfera encuentra en ese punto el determinismo propio del funcionamiento didáctico. Procura obstinadamente, por caminos a menudo inciertos, la organización de una *buena* enseñanza. El orden didáctico, que no se pliega a nuestros deseos, viene a recordarle que una enseñanza, antes de ser buena, debe ser simplemente *posible*. De las condiciones didácticas, la noosfera toma explícitamente en cuenta algunas, en diversos niveles. (Así, por ejemplo, las condiciones que denominé *crono* y *topogenéticos*: hay que prever un “curso”, un curso para preparar y un curso para enseñar, hay que prever “ejercicios”.) Pero otros muchos se nos escapan. Cuando los programas

son preparados, conformados y adquieren fuerza de ley, comienza otro trabajo: el de la transposición didáctica *interna*. Algunos de los hallazgos más bellos de la noosfera no resisten esa prueba. En poco tiempo, el funcionamiento didáctico dejó malparada a la ambiciosa teoría de los operadores. Otros elementos, al contrario, se funden con el paisaje como si desde siempre hubieran estado allí. Misterios del orden didáctico del que hasta ahora, todavía, no sabemos demasiado.

1. ¿QUÉ ES LA TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA?

1.1. *Todo proyecto social de enseñanza y de aprendizaje se constituye dialécticamente con la identificación y la designación de contenidos de saberes como contenidos a enseñar.*

1.2. Los contenidos de saberes designados como aquellos *a enseñar* (explícitamente: en los programas; implícitamente: por la tradición, evolutiva, de la interpretación de los programas), en general *preexisten* al movimiento que los designa como tales. Sin embargo, algunas veces (y por lo menos más a menudo de lo que se podría creer) son verdaderas *creaciones didácticas*, suscitadas por las “necesidades de la enseñanza”. (Así ocurrió, por ejemplo, en la enseñanza secundaria francesa, con el “gran coseno” y el “gran seno”).

1.3. Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los *objetos de enseñanza*. El “trabajo” que transforma de un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es denominado la *transposición didáctica*.

1.4. La transformación de un contenido de saber preciso en una versión didáctica de ese objeto de saber puede denominarse más apropiadamente “transposición didáctica *stricto sensu*”. Pero el estudio científico del proceso de transposición didáctica (que es una dimensión fundamental de la *didáctica de las matemáticas*) supone tener en cuenta la transposición didáctica *sensu lato*, representada por el esquema

→ objeto de saber → objeto a enseñar → objeto → de enseñanza

en el que el primer eslabón marca el paso de lo implícito a lo explícito, de la práctica a la teoría, de lo *preconstruido* a lo *construido*.

1.5. Veamos un ejemplo que realiza el movimiento representado por el esquema de la transposición didáctica:

–la noción de *distancia* (entre dos puntos) se utiliza espontáneamente “desde siempre”;

–el *concepto matemático* de distancia es introducido en 1906 por Maurice Fréchet (objeto de saber matemático);

–en el primer ciclo de la enseñanza secundaria francesa, la noción matemática de distancia, surgida de la definición de Fréchet aparece en 1971 en el programa de la clase de cuarto curso (objeto a enseñar);

–su tratamiento didáctico varía con los años a partir de su designación como objeto a enseñar: continúa el “trabajo” de transposición.

2. ¿EXISTE LA TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA? O LA VIGILANCIA EPISTEMOLÓGICA

2.1. ¿Existe la transposición didáctica? ¿El objeto de enseñanza es *verdaderamente* diferente del objeto de saber al que le responde?

2.2. Podemos considerar la existencia de una transposición didáctica, como proceso de conjunto, como situaciones de *creaciones didácticas de objetos* (de saber y de enseñanza a la vez) que se hacen “necesarias” por las exigencias del funcionamiento didáctico.

2.3. Entre los muchos ejemplos de ese tipo de creaciones mencionemos el “gran coseno” (Cos) y el “gran seno” (Sen), los números complejos como matrices cuadradas de orden 2, en el segundo ciclo de la enseñanza secundaria; la noción de operador-máquina, en la enseñanza primaria. (Aunque sólo se consideren estos ejemplos, se observa que tales creaciones *ad hoc* del sistema de enseñanza pueden correr muy diversa suerte.)

2.4. Delimitando el saber enseñado según conjuntos más vastos, podemos comprender casi como una caricatura el efecto de la transposición didáctica, en las situaciones en las que se produce una verdadera sustitución didáctica de objeto. Sobre ese tema, Michel Verret escribe lo siguiente:

“Cuanto más distante es la forma escolar del contenido cuya enseñanza procura, más probable es esta conversión de objeto. La historia nos proporciona al menos dos grandes ejemplos de ello: la transformación de la literatura y de la magia adivinatoria en sus figuras escolares en la escuela confuciana, la transformación de la metafísica cristiana en filosofía escolar en la Universidad Escolástica, transposiciones de las que encontramos un equivalente en la enseñanza secundaria francesa en el siglo XVII, con la sustitución de la enseñanza del latín escolar por la enseñanza del latín clásico; en el siglo XIX, con la sustitución de la enseñanza del espiritismo universitario por la enseñanza de la filosofía a secas.” (Verret, 1975, pp. 177-178).

2.5. En lo que respecta a la enseñanza de las matemáticas, tenemos (en el siglo XVII) el testimonio - sin duda algo singular- del propio Descartes: sobre ese tema, puede consultarse, por ejemplo, a Mesnard (1966) (especialmente pp. 6-7 y 89-91).

2.6. En el período contemporáneo, evidentemente hay que mencionar *la reforma de las matemáticas modernas*, que se proyecta a partir de los años cincuenta y va a realizar, en el curso de los años setenta, una sustitución de objeto de una amplitud quizás nunca igualada. Sobre esta cuestión, es posible remitirse, por ejemplo, a los análisis de Chevallard 1980b.

2.7. Esa sustitución didáctica ha provocado un gran número de creaciones didácticas de objetos. Así, en el paso de la teoría de conjuntos de los matemáticos a la teoría de conjuntos de la escuela primaria, surgieron diversos objetos por las exigencias de la transposición didáctica: los “*diagramas de Venn*” constituyen en este sentido un ejemplo sorprendente, sobre el que puede leerse una apreciación desarrollada en Freudenthal (1993) pp. 332-335 y 341-350.

2.8. En lo que precede, la existencia de la transposición didáctica es explicada a través de algunos de sus efectos más espectaculares (creaciones de objetos) o por medio de sus inadecuadas *disfunciones* (sustituciones “patológicas” de objetos).

2.9. Pero existe otra manera de plantear el problema de la existencia de la transposición didáctica: una manera de plantear ese problema que participa del *principio de vigilancia epistemológica*, que el didacta debe observar constantemente.

2.10. Así, cuando el *docente* diga: “Hoy, les he mostrado $a^2 - b^2$ ”, el *didacta* se preguntará: “¿Cuál es este objeto de enseñanza que el docente rotula como “ $a^2 - b^2$ ”? ¿Qué relación entabla con el objeto matemático al que implícitamente refiere?” Allí donde el enseñante ve la identidad del fin (el objeto designado como enseñable) y de los medios (el objeto de la enseñanza, tal como lo ha moldeado la transposición didáctica), el didacta plantea la cuestión de la *adecuación*: ¿no hay acaso conversión de objeto? Y en ese caso, ¿cuál?

2.11. La duda sistemática al respecto (“¿Se trata efectivamente del objeto cuya enseñanza se proyectaba?”) es la señal y la condición de la *ruptura epistemológica* que permite al didacta deshacerse de las evidencias y de la transparencia del universo de enseñanza que él vive en tanto que enseñante (o al

menos, en tanto el alumno que ha sido). Puesta en cuestión sistemática que lo arranca de la *ilusión de la transparencia*.

2.12. Descubrimos entonces que, del objeto de saber al objeto de enseñanza, la distancia es, con mucha frecuencia, inmensa. A propósito de la noción de *ecuación paramétrica*, véase por ejemplo Schneider (1979); y para “ $a^2 - b^2$ ”, véase Tonnelle (1979).

3. ¿ES BUENA O MALA LA TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA?

3.1. El ejercicio del principio de vigilancia en la transposición didáctica es una de las condiciones que determinan la posibilidad de un *análisis científico* del sistema didáctico.

3.2. Pero al mismo tiempo, ese principio lleva dentro de sí el *límite de receptibilidad*, por parte del sistema de enseñanza y sus agentes (en primerísimo lugar, los docentes), de los análisis que dicho principio permite producir.

3.3. En efecto, su eficacia particular consiste en iluminar la *diferencia* allí donde se halla negada por el docente; en cuestionar la identidad espontáneamente supuesta, para hacer aparecer la inadecuación cuya evidencia enmascara.

3.4. El docente no percibe espontáneamente la transposición -por lo menos no le concede especial atención:

“El docente en su clase, el que elabora los programas, el que hace los manuales, cada uno en su ámbito, instituyen una norma didáctica que tiende a constituir un objeto de enseñanza como distinto del objeto al que da lugar. De ese modo, ejercen su normatividad, sin asumir la responsabilidad -epistemológica- de este poder creador de normas. Si esperan, a veces, la aprobación o el rechazo del especialista, sitúan esa apreciación como algo exterior a su proyecto, y ajeno a su lógica interna. Esta apreciación es considerada posteriormente o puede acompañar a dicha lógica, pero raramente se integra en ella, por imposibilidad de tomarla en cuenta en sus implicaciones epistemológicas. Posee valor estético o moral, interviene en la recepción social del proyecto. No informa de ello a la estructura ni a los contenidos sino de una manera mimética y en un intento de acreditarlos frente a los poderes institucionalmente investidos.”

(Chevallard, 1978, pp. 4-5).

3.5. En el caso de que reconozca los hechos de transposición didáctica, creación o sustitución de objetos, el enseñante tendrá la horrible sensación de que lo encontraron con las manos en la masa. El análisis -salvaje o intencional- de la transposición didáctica es fácilmente vivido como *descubrimiento de lo que estaba oculto*, y de lo que había permanecido oculto lo hacía porque era culpable. Culpable, en este caso, en relación con la “verdad matemática”. Culpable ante el ojo del Maestro, el matemático.

3.6. De allí que se observe una verdadera resistencia al análisis didáctico, parecida a esa “resistencia al psicoanálisis” que, según Freud, es causada por la *vejación psicológica* que engendra el *rechazo* (a ver, admitir, aceptar) o incluso las formas más diversas del reconocimiento culpabilizado.

3.7. Es verdad que el didacta -o cualquier otro- puede ponerse a revolver, a descubrir, con un fervor sádico; introducir la sospecha de la mirada policial; escandalizar y obtener cierto placer en hacerlo. Hay una manera de utilizar el análisis didáctico que es negativa y estéril: consiste en jugar a atemorizar (¡incluso a atemorizarse!). Para el didacta, ésta es una de las muchas maneras de no llevar a cabo la *ruptura* necesaria, de ahorrarse el doloroso trabajo que debería llevarlo más allá del bien y del mal.

3.8. Este uso negativo del análisis didáctico pretendería legitimarse como *un uso crítico*. El que lo lleva a cabo, se instalaría entonces en una posición desde la que resulta fácil la objeción, pero sus “luces no servirían para nada, excepto para *cegar* a su “víctima”: el profesor.

3.9. El uso “crítico”, incluso autocrítico, del análisis de la transposición didáctica es una primera reacción, sin duda inevitable, frente al reconocimiento de la existencia de la transposición didáctica. Para una ilustración más completa, véase Verret 1975, pp. 182-190.

3.10. Según esa primera reacción, la transposición didáctica es percibida como algo *malo*: pecado irredimible de todo proyecto de enseñanza o, en el mejor de los casos, mal necesario.

3.11. En esa perspectiva, el valor de una transposición didáctica se podría comparar con el reparo de la construcción histórica, en el seno de la comunidad matemática, del objeto de saber cuya enseñanza sería, por ese medio, alcanzada. La construcción o la *presentación didácticas* de los saberes sería una versión más o menos degradada de su *génesis histórica* y de su *estatuto actual* (sin que hagamos referencia aquí a un hipotético isomorfismo de las génesis histórica y didáctica: esto requeriría un trabajo adicional, más preciso). Frente a la epistemología “natural”, la enseñanza propondría, *de facto*, una epistemología “artificial”, de menor valor.

3.12. Las nociones que preceden pueden permitir que se conciba el paso de una reacción pesimista ante la transposición didáctica (concebida por ejemplo como mal necesario), a una actitud optimista y dinámica, dispuesta a la búsqueda de una “buena” transposición didáctica.

3.13. Una actitud tal impone en principio al enseñante una cierta *reserva deontológica*, en virtud de su mismo optimismo: puesto que puede existir, para tal objeto de saber, una buena transposición didáctica, debemos en principio abstenernos de *enseñar* temas, incluso “interesantes” (desde el punto de vista del enseñante), para los cuales no se dispondría (o no todavía) de una transposición didáctica satisfactoria.

3.14. Esa consideración se halla bien expresada en la fina observación que citamos, perteneciente a sir Richard Livingstone (*The future of Education*, 1941): “Se reconoce al buen maestro por el número de temas valiosos que se abstiene de enseñar”^{*}.

3.15. En sentido inverso y correlativamente, de la misma concepción se desprende la exigencia de *buscar buenas transposiciones* de los saberes correspondientes a las *demandas didácticas de la sociedad*.

3.16. Una línea de investigación que, a mi criterio, posee sobre todo la virtud de ser un “modelo mental” por oposición al cual definirse, consistiría en intentar *delimitar ventajosamente* (particularmente gracias a ciertas economías retrospectivas) la *génesis sociohistórica* del saber designado para ser enseñado. Teniendo en cuenta los logros actuales, sería posible constituir una epistemología artificial como *resumen mejorado* –es decir, dejando de lado los callejones sin salida, los fracasos, pero redesplegando toda la riqueza de desarrollos fecundos y a veces olvidados- de la construcción histórica del saber.

3.17. Otra línea de investigación consiste en dar cuenta de la *especificidad* del proyecto de construcción didáctica de los saberes, de su heterogeneidad *a priori* respecto de las *prácticas académicas* de los saberes, de su irreductibilidad inmediata a las génesis sociohistóricas correspondientes.

3.18. En esta hipótesis, que funda la necesidad y la legitimidad de la didáctica de las matemáticas como campo científico, el estudio de la transposición didáctica supone el análisis *de las condiciones y de los marcos* en los que ésta se lleva cabo. Existencialmente, esta perspectiva es la de un optimismo *moderado*...

^{*} N. Del T. En inglés en el original.

4. “OBJETOS DE SABER” Y OTROS OBJETOS

4.1. Es preciso dialectizar un poco las “definiciones” introducidas en el capítulo 1. Un “objeto de saber” sólo llega a la existencia como tal, en el campo de conciencia de los agentes del sistema de enseñanza, cuando su inserción en el sistema de los “objetos a enseñar” se presenta como *útil para la economía del sistema didáctico* (por ejemplo, porque permitiría remediar la *obsolescencia* interna o externa: véase el capítulo 6).

4.2. Esto no significa decir que un objeto de saber sólo se identifica y designa como objeto a enseñar a partir del momento en que el problema didáctico de su transposición en objeto de enseñanza estuviera (potencialmente) resuelto: el trabajo de la transposición didáctica es un trabajo que se confirma *después* de la introducción didáctica del objeto de saber.

4.3. ¿Qué es un “objeto de saber”? Para el profesor de matemáticas, ciertamente hay que incluir dentro de esta categoría las “*nociones matemáticas*”: por ejemplo, la adición, el círculo, la derivación, las ecuaciones diferenciales lineales de primer orden con coeficientes constantes, etc.

4.4. No hay que olvidar que los “ejemplos” precedentes están dados a través de rótulos que “tienen sentido” en la comunidad de los docentes de un mismo nivel del curso escolar. El problema del análisis epistemológico y del análisis didáctico de lo que contienen esos rótulos está planteado.

4.5. Junto a las “*nociones matemáticas*” designadas arriba se ubican nociones que podemos llamar “*paramatemáticas*”: por ejemplo la noción de parámetro, la noción de ecuación, la noción de demostración.

4.6. Las nociones paramatemáticas son *nociones-herramienta* de la *actividad matemática*: “normalmente” no son *objetos de estudio* para el matemático. Las nociones matemáticas son objetos de estudio (se estudia la noción de número, la noción de grupo, etc.) y herramientas de estudio (¡en principio!).

4.7. Obviamente, no hay *estanqueidad* absoluta entre los dos campos: la noción de ecuación, la noción de demostración son actualmente *objetos matemáticos* en *lógica matemática*. Por lo tanto, la distinción debe referirse siempre a una *práctica precisa de enseñanza* (nivel en el plan de estudios, lugar, tiempo, sector de las matemáticas, etc.).

4.8. Las *nociones paramatemáticas* son generalmente *preconstruidas* (por *mostración*). Las nociones matemáticas son, más a menudo de lo que imaginamos, *preconstruidas*: es el caso, en el primer ciclo de la enseñanza secundaria francesa actual, de la noción de *polinomio* (para esta cuestión, véase Tonelle, 1979).

4.9. Sin embargo, en general, las nociones matemáticas son *construidas*. Su construcción adopta la forma:

–ya sea de una definición, en sentido estricto: “el círculo de centro O y radio R es el conjunto de puntos M del plano tales que $OM = R$ ”;

–ya sea de una “*construcción*”, seguida de operaciones del género: tómese Q, tómense las series de Cauchy de Q, muéstrase que forman un anillo conmutativo y unitario, tómense las series de Cauchy tendientes a 0, muéstrase que forman un ideal del anillo precedente, obténgase el cociente del anillo por el ideal, muéstrase que es un cuerpo. La construcción se realiza por una “*mostración*”: un número real, es un elemento de ese cuerpo.

4.10. Excepto una construcción (que es a veces una definición), las nociones matemáticas poseen *propiedades* (“el *cuerpo de los reales* es tal que la ecuación $x^2 = 2$ tiene al menos una solución”). Tienen también *ocasiones de uso* (“para resolver la ecuación $2^x = 8$, tómese el *logaritmo* $x \log 2 = \log 8$, lo que conduce a una ecuación de primer grado en x que sabemos resolver”).

4.11. En relación con los *objetos de saber* que son las nociones matemáticas, el docente espera que el alumno sepa (eventualmente):

–proporcionar la *definición* (o reconstruirla);

–proporcionar las *propiedades* (“principales”), *demostrarlas*;

–*reconocer* un cierto número de *ocasiones de uso*;

–etc.

4.12. Solamente esos objetos de saber son en *sentido estricto* (candidatos para ser) *objetos de enseñanza*. Las nociones paramatemáticas, por ejemplo, *no constituyen el objeto de una enseñanza*: son *objetos de saber “auxiliares”*, necesarios para la enseñanza (y el aprendizaje) de los objetos matemáticos propiamente dichos. Deben ser “*aprendidos*” (o mejor “*conocidos*”), pero no son “*enseñados*” (según el plan de enseñanza de las nociones matemáticas).

4.13. Solamente las *nociones matemáticas* constituyen el objeto de una *evaluación directa*. El docente pedirá al alumno, por ejemplo, “resolver la ecuación $x^2 - 8x + 9 = 0$ ”. Las nociones paramatemáticas son normativamente consideradas como excluidas de la evaluación directa. Cuando el alumno que no sepa responder a la consigna: “Resolver y discutir la ecuación $x^2 - \lambda x + (\lambda + 1) = 0$ ”, el profesor podrá concluir que el alumno “no comprendió la noción de *parámetro*”. En otro nivel, dirá por ejemplo que el alumno “no comprendió la noción de *demostración*”. El docente de matemáticas que en una fiesta mundana encuentra un invitado que le diga: “¡Ah, usted es profe de matemáticas! Nunca comprendí por qué $ax^2 + bx + c$ igual a cero”; podrá concluir que esa persona “no comprendió la noción de *ecuación*”...

4.14. Las *nociones paramatemáticas* (y *a fortiori*, las nociones matemáticas) son objetos de los cuales el docente toma conciencia, a los que da un nombre (“parámetro”, “ecuación”, “demostración”, etc.): en resumen, objetos que entran en su campo de *percepción didáctica*.

4.15. Existe un estrato más profundo de “nociones”, movilizadas implícitamente por el *contrato didáctico*. Para ellas, he propuesto el calificativo de “protomatemáticas”.

4.16. En 4.11. mencionamos como desempeño del alumno esperada por el profesor, el *reconocimiento* de ciertas *ocasiones de uso* de las nociones matemáticas consideradas como herramientas de la actividad matemática. Por ejemplo, en el cuarto curso, el profesor esperará que ante la consigna:

“Factorice $4x^2 - 36x^2$ ”

el alumno se dé cuenta de que debe aplicar el esquema de factorización $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$; pero ante la consigna:

“Factorice $4x^2 - 36x$ ”

el alumno deberá reconocer una factorización “simple” (que se han estudiado antes, con ayuda de una sola distributividad, antes del estudio de las “identidades notables”):

$$4x^2 - 36x = 4x(x - 9).$$

4.17. El desempeño del alumno puede considerarse muestra de una *competencia* o *capacidad* “subyacente” y “general”.

4.18. En la enseñanza “habitual”, esta *interpretación*, como indicamos en 4.13., será formulada sobre todo *negativamente*: en relación con el alumno que fracasa casi sistemáticamente en las factorizaciones y en cuya dificultad para reconocer la *situación de factorización presentada* (para seguir el ejemplo presentado arriba), el profesor sitúa la causa del fracaso; así se terminará afirmando que carece de la capacidad para reconocer las “formas” de expresión algebraicas.

4.19. Hay que notar, de todos modos, que en *raras ocasiones*, los docentes utilizan *explícitamente* la “capacidad de reconocimiento” de sus alumnos: en cuarto curso muchos profesores, con el propósito de preparar a sus alumnos para la factorización, los entrenan para “reconocer los cuadrados”, por ejemplo.

4.20. La identificación de las “capacidades” por parte del docente (de la capacidad de “reconocimiento”, por ejemplo) se mantiene generalmente como “subliminal”, salvo cuando se diagnostican *negativamente*, como ya se dijo. *Contrariamente*, se consideran *positivamente* según ciertos *puntos de vista* sobre el *proyecto social de enseñanza*, los cuales son *distintos* los de los del enseñante *stricto sensu*.

4.21. *Por encima del acto de enseñanza*, también está el punto de vista de la *organización del acto de enseñanza* según las normas de la *pedagogía por objetivos*. Esta se ocupa precisamente de definir las “capacidades” que el alumno debe poder aplicar exitosamente en relación con tal o cual enseñanza.

4.22. Es así que, para tomar aquí un solo ejemplo, el *National Council of Teachers* (en abril de 1980), presentando sus *Recommendations for School Mathematics of the 1980s* y considerando como primera recomendación el hecho de que “la *resolución de problemas constituye el foco de las matemáticas escolares en los años ochenta*”, se considera obligado a precisar que:

“Los programas escolares de matemáticas deben proporcionar experiencia a los alumnos en las aplicaciones de las matemáticas, en la selección y adecuación de estrategias a situaciones concretas. Los alumnos deben aprender a

- formular preguntas claves;
- analizar y conceptualizar problemas;
- definir el problema y el objetivo;
- descubrir pautas y similitudes;
- buscar los datos apropiados;
- experimentar;
- transferir habilidades y estrategias a nuevas situaciones;
- utilizar sus conocimientos de base para aplicar las matemáticas.”

La “capacidad de reconocimiento” está aquí formulada explícitamente: “Descubrir pautas y similitudes”.*

4.23. *Por debajo del acto de enseñanza*, o paralelo a éste, se encuentra el punto de vista, constituido previamente al de la pedagogía por objetivos, de la *orientación escolar*; su *técnica de los tests* debe permitir evaluar la competencia (“aptitudes”, en el antiguo vocabulario; “capacidades”, en el actual), a través de la evaluación del desempeño.

4.24. Es por eso que numerosos tests suponen la utilización de la capacidad de “reconocimiento”, es decir, del manejo de la *dialéctica semejanza/diferencia*: véase el *Documento N° 1*.

4.25. Numerosas “capacidades” así identificadas quedan fuera del *universo del docente*, especialmente porque no pueden, como tales (es decir, en su generalidad), *constituir el objeto de una enseñanza*. El docente puede entrenar a sus alumnos para reconocer (por ejemplo) una diferencia de dos cuadrados; sin embargo no existe una enseñanza cuyo objeto sea “la dialéctica semejanza/diferencia”. Se puede concebir una enseñanza de ese tipo, pero su objetivo no sería la *adquisición* de esa capacidad. Nos enseñaría, por ejemplo las condiciones históricas de emergencia y de racionalización de la dialéctica semejanza/diferencia en el pensamiento occidental, a través del desarrollo de la estadística, etc. En general, si esas capacidades, su adquisición y desarrollo pueden ser eventualmente designados como *objetivos de enseñanza*, éstas no pueden, empero, considerarse parte del conjunto de los *objetos de enseñanza*.

4.26. De todos modos, el ejercicio de tales capacidades no se realiza en la enseñanza sino en *contextos de situación* específicos. O, al menos, sólo puede ser objeto de un reconocimiento (por parte del profesor, por parte del alumno) en esos contextos. Ese reconocimiento está sometido al *filtro de percepción* definido por el *contrato didáctico* y su jerarquía de valores. Para el docente es “interesante” que el alumno sepa reconocer una diferencia de dos cuadrados; le parecerá “matemáticamente carente de interés” que *también* sepa distinguir el conejo intruso dentro de una serie de aves¹ (por supuesto, hay allí un problema de “nivel”, pero hay tests análogos mucho menos evidentes, incluso para un adulto...).

4.27. La utilización de las “capacidades” debe pasar, efectivamente, por el *filtro del contrato didáctico*. De ese modo, el alumno que ante la consigna:

“Factorice $4x^2 - 36x$ ”

respondiera:

$$\begin{aligned} 4x^2 - 36x &= 4x^2 - 2(2 \cdot 9)x + 9^2 - 9^2 \\ &= (2x - 9)^2 - 9^2 = (2x - 9 + 9)(2x - 9 - 9) \\ &= 2x(2x - 18) \end{aligned}$$

daría una respuesta “falsa” (por dos razones: 1. No ha hecho lo que se esperaba de él; 2. La respuesta “justa” es $4x(x - 9)$). De ese modo, habría demostrado:

–una *capacidad poco ordinaria* (si es un alumno de cuarto curso) para reconocer formas algebraicas;

–una *incapacidad para reconocer el tipo de situación-problema* al cual se le ha enfrentado (su comportamiento de respuesta es no *pertinente* en relación con el contrato didáctico tan pacientemente elaborado por el docente).

4.28. Se trata de ese género de obstáculo que he denominado “dificultad protomatemática”. Una dificultad de ese tipo puede surgir de la *falta de dominio de una capacidad requerida por el contrato didáctico para su buen entendimiento*. El dominio en cuestión sería entonces un *prerrequisito del contrato didáctico*. Su utilización *pertinente*, en última instancia, sigue estando de todos modos sujeto a las cláusulas del contrato.

4.29. Las nociones protomatemáticas, por ejemplo la noción de “pattern”, se sitúan en un nivel *implícito* más profundo (para el docente, para el alumno). Ese carácter implícito se expresa en el contrato didáctico por el hecho de que *estas nociones son obvias* -salvo, precisamente, cuando se produce dificultad protomatemática y *ruptura del contrato*.

4.30. Nociones matemáticas, nociones paramatemáticas, nociones protomatemáticas constituyen estratos cada vez más profundos del funcionamiento didáctico del saber. *Su consideración diferencial es necesaria para el análisis didáctico*: por eso el análisis de la transposición didáctica de cualquier noción matemática (por ejemplo la identidad $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$) supone la consideración de nociones paramatemáticas (por ejemplo, las nociones de *factorización* y de *simplificación*), las que a su vez deben ser consideradas a la luz de ciertas nociones protomatemáticas da noción de “patrón”, de “simplicidad”, etc.).

* N. del T. En inglés en el original.

¹ Véase el Documento 1.

4.31. A veces es posible llevar una noción de un nivel dado a un nivel superior de explicitación. Es así como (tal cual se ha dicho ya), las nociones paramatemáticas de ecuación o de demostración pueden ser objeto de definiciones precisas en lógica matemática. Es así también como cualquier noción protomatemática puede volverse una noción paramatemática, aflorando a la superficie del discurso didáctico explícito. Por ejemplo, en el estudio de las “identidades notables”, ciertos manuales y ciertos profesores, introducen una “fórmula” paramatemática correspondiente al “patrón” protomatemático: véase el *Documento N°2*.

4.32. *Pero hay que destacar especialmente* que, en relación con las ambiciones del análisis didáctico, ese proceso de explicitación reduce el “*sentido*” *didáctico* de los objetos que transforma y que, por tanto, si puede arrojar luz sobre su significación, es principalmente mostrando que ésta no se reduce, en el sistema didáctico, a lo que puede condensarse en el discurso didáctico o matemático.

4.33. La noción paramatemática de “factorización”, tal como funciona en la enseñanza de álgebra en el primer ciclo del secundario, no puede adecuarse a una noción matemática *strictu sensu* (véase Tonelle 1979, capítulo 4, párrafos 4.1.2). Esta noción sólo tiene sentido en el marco, sobredeterminado e indeterminado a la vez (según una observación más general de P. Bourdieu), del código por el cual se diseña una cierta *lógica práctica*. Y, como señala también Bourdieu, “la practica no implica -o excluye- el dominio de la lógica que en ella se expresa”.

BIBLIOGRAFÍA

... después de reflexionar, les dije
que seguía tres procedimientos...
Primero: no leer nada del dominio
del cual uno se ocupa y sólo leer después.
Segundo método: la mayor cantidad posible en
los dominios vecinos...
Y tercer método: tener una cabeza de turco.
Jean Piaget

Algunas de las obras mencionadas o citadas en lo que precede no figuran en esta bibliografía, ya sea porque se trata de clásicos (Descartes, Cauchy), ya sea porque son manuales cuyas referencias aparecen en el texto principal.

- Althusser, L.** (1974) *Montesquieu, la politique et l'histoire*. París: PUF.
- Althusser, L.** (1976) *Positions*. París: Éditions sociales.
- Artaud, M.** (1989) *Conditions, contraintes et discours apologétique dans l'émergence de l'enseignement des mathématiques à l'âge classique- Étude de didactique historique, mémoire pour le DEA de didactique des sciences*. Lyon: Université Claude Bernard.
- Bachelard, G.** (1934) *Le Nouvel Esprit scientifique*. París: PUF, 1975. Hay traducción al español. *La formación del espíritu científico*. México, Siglo XXI, 1978.
- Ballion, R.** (1982) *Les consommateurs d'école*. París: Stock/Laurence Pernoud.
- Barbut, M.** (1962) Distances. *Bulletin de l'APM*. Octubre 1962, 23-30.
- Begin, Y.** (1980) "Du concept d'aptitude au concept de prérequis". *Bulletin de l'AMQ*, XX, 1, 3-7.
- Bernkopf, M.** (1966) "The development of Function Spaces". *Arch. Hist. Exact. Sci.*, 3, 1-96.
- Blanché, R.** (1970) *La logique et son histoire*. París: Armand Colin.
- Boesch, M.** (1926) *Géométrie du Brevet Élémentaire*. París: Bloud & Gay.
- Bourbaki, N.** (1969) *Éléments d'histoire des mathématiques*. París: Hermann. Hay traducción al español. *Elementos de historia de las matemáticas*. Madrid, Alianza Universidad, 1972.
- Bourdieu, P.** (1980) *Le sens pratique*. París: Éditions de Minuit.
- Bourdieu, P., Chamboredon, J. C., Passeron, J. C.** (1973) *Le métier de sociologue*. París: Mouton. Hay traducción al español.
- Brousseau, G., Salin, M. H., Erreca, J., Massie, C., Peres, J.** (1973) "Études sur l'apprentissage des algorithmes", *Enseignement, élémentaire des mathématiques*, 13, IREM de Bordeaux.
- Bush, L. P.** (1979) "Placeholders: Formula vs. Form". *The Mathematics Teachers*, 72, 7, 517-518.
- Cayley, A.** (1858) "A Memoir on the Theory of Matrices". *Collected Mathematical Papers*, 2, 475-496.
- Chenevier, R.** (1927) *Géométrie plane classe de 2e*. París: Hachette.
- Chervel, A.** (1977) *Histoire de la grammaire*. París: Payot.
- Chevallard, Y.** (1977) *Deux études mathématiques sur la parenté*. París: Cedic.
- Chevallard, Y.** (1978). *Sur la transposition didactique dans l'enseignement de la statique*. IREM d'Aix-Marseille.
- Chevallard, Y.** (1979a) *Sur les difficultés "protomathématiques"*, contribución al coloquio "Apports de l'histoire des mathématiques à l'enseignement et à la formation des enseignants" (Puyricard, 18-19 mayo 1979) IREM d'Aix-Marseille.
- Chevallard, Y.** (1979b) *Statut et fonctions de la notion de paramètre*. IREM d'Aix-Marseille.
- Chevallard, Y.** (1980a) *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1985.
- Chevallard, Y.** (1980b) "Mathématiques, langage, enseignement: la réforme des années soixante". *Recherches*, 41, 71-99.
- Chevallard, Y.** (1986) *Esquisse d'une théorie formelle du didactique*. En: C. Laborde (Comp.). "Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique" (CIRM, Marseille, 16-21 noviembre 1986). Grenoble: 1988, 97-106. La Pensée Sauvage (avec le concours du Centre National des Lettres).

- Chevallard, Y.** (1989a). *Pourquoi enseigne-t-on les mathématiques?* Actes du colloque "Finalités des enseignements scientifiques" (Marseille, 10-12 enero 1989), CCSTI et Groupe de didactique de la physique de Marseille, Marsella, s.d., 41-45.
- Chevallard, Y.** (1989b) Enseignement des mathématiques et besoins professionnels- Le cas des élèves-instituteurs, Actes du XVI colloque inter-IREM des PEN et autres formateurs d'instituteurs en mathématiques (École normale de la Gironde, 18-20 mayo 1989), IREM de Bordeaux, s.d., 131-177.
- Chevallard, Y.** (1989c) *Le concept de rapport au savoir-Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel.* Actes du Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique, año 1988-1989, Grenoble, I-SD-IMAG et Institut Fourier, 211-235.
- Chevallard, Y.** (1990) *Sur la déconcertation cognitive*, Comunicación al coloquio del COED (Marsella, 3 de mayo de 1990), á paraître.
- Chevallard, Y. y Johsua, M. A.** (1982) "Un exemple d'analyse de la transposition didactique- La notion de distance". *Recherches en didactique des mathématiques*, 3.2., 157-239.
- Chevallard, Y. y Mercier, A.** (1987) *Sur la formation historique du temps didactique.* Marsella: Publications de l'IREM d'Aix-Marseille, 8.
- Choquet, G.** (1964) *L'enseignement de la géométrie.* París: Hermann.
- Choquet, G.** (1965) Sur l'enseignement de la géométrie élémentaire, *L'enseignement des mathématiques*, 1, Delachaux et Niestlé, 75-129.
- Conne, F.** (1981) *La transposition didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième années de l'école primaire.* Ginebra: Facultad de Psicología y de Ciencias de la Educación.
- De Coppet, D.** (1974) Race. *Encyclopaedia Universalis*, 13, 909-912.
- Delachet, A.** (1961) *L'analyse mathématique.* París: PUF.
- Destouches, J. L.** (1956) *La mécanique des solides.* París: PUF.
- Dhombres, J.** (1978) *Nombre, mesure et continu.* París: Cedic/Nathan.
- Dieudonne, J.** (1964) *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire.* París: Hermann.
- Dixmier, J.** (1957) "Étude de certains espaces de fonctions et de différents modes de convergence". *Bulletin de l'APM*, marzo 1957, 241-247.
- Doneddu** (1965) "Reconstruction ou enterrement". *Bulletin de l'APM*, marzo 1965, 273-275.
- Droz, R. y Rahmy, M.** (1974) *Lire Piaget.* Bruselas: Charles Dessart.
- Eco, U.** (1965) *L'oeuvre ouverte.* Le Seuil, coll. París: Points, 1979.
- Foucault, M.** (1977) "Vérité et pouvoir, entretien avec M. Fontana", *L'Arc*, 70, 21-22.
- Fréchet, M.** (1906) "Sur quelques points du calcul fonctionnel". *Rend. Circ. Matem. Palermo*, XXII, 1-74.
- Fréchet, M.** (1928) *Les espaces abstraits.* París: Gauthier-Villars.
- Fréchet, M.** (1955) *Les mathématiques et le concret.* París: PUF.
- Fréchet, M.** (1966) "Une lettre de M. Fréche". *Bulletin de l'APM*, Julio-agosto 1966, 439.
- Freud, S.** (1933) *Essais de psychanalyse appliquée.* París: Gallimard, 1976.
- Freudenthal, H.** (1973) *Mathematics as an Educational Task.* Dordrecht: D. Reidel.
- Freudenthal, H.** (1986) Book Reviews, *Educational Studies in Mathematics*, 17, 3, 323-327.
- Glaeser, G.** (1971) *Mathématiques pour l'élève.* París: Hermann.
- Guillaumin, C.** (1972) *L'idéologie raciste.* París-La Haye.
- Hofstadter, S.** (1963) *Anti-inlectualism in American Life.* Nueva York: Vintage Books.
- Hue et Vagnier.** *Géométrie.* París: Delagrave.
- Izorche, M. L.** (1977) *Les réels en classe de seconde.* IREM de Bordeaux.
- Jacquard, A.** (1973) "Distances généalogiques et distances génétiques". *Cahiers d'anthropologie et d'écologie humaine.* París: Hermann.
- Jacquard, A.** (1974) *The Genetic Structure of Populations.* Berlín: Springer.
- Jacquard, A.** (1978) *Eloge de la différence.* París: Seuil.
- Johsua, S.** (1982) *L'utilisation du schéma en électrocinétique: aspects perceptifs et aspects conceptuels. Propositions pour l'introduction de la notion de potentiel en électrocinétique.* Marsella: Facultad de Ciencias de Luminy.
- Karsz, S.** (1974) *Théorie et politique: Louis Althusser.* París: Fayard.

- Laplanche, J. y Pontalis, J. B.** (1973) *Vocabulaire de la psychanalyse*. París: PUF. Traducción al español, *Diccionario de Psicoanálisis*. Barcelona, Paidós, 1996.
- Lebesgue, H.** (1932) *La mesure des grandeurs*. París: Albert Blanchard, 1975.
- Leclerc, G.** (1979) *L'observation de l'homme*. París: Seuil.
- Le Moigne, J. L.** (1977) *La théorie du système général*. París: PUF.
- Lerman, I. C.** (1982) *Classification et analyse ordinales des données*. París: Dunod.
- Levy, P. et al.** (1967) "La vie et l'oeuvre de Jacques Hadamard". *L'enseignement mathématique*, 16, Ginebra.
- Levy, P.** (1970) *Quelques aspects de la pensée d'un mathématicien*. París: Albert Blanchard.
- Longeon, C.** (1989) *Premiers combats pour la langue française*, introduction, choix et notes de Claude Longeon, Le Livre de poche. París: Librairie générale française.
- Lourau, R.** (1969) *L'illusion pédagogique*. París: Epi.
- Maigne, V.** (1990) *La rhétorique: scientia, ars, virtus*. *Mesure*, 3, 99, 112.
- Maingueneau, D.** (1979) *Les livres d'école de la République 1870-1914*. París: Le Sycomore.
- Mercier, A.** (1978) *Étude des notions "opérateur" "machine"*. IREM de Bordeaux e IREM d'Aix-Marseille.
- Mesnard, P.** (1966) *Descartes*. París: Seghers.
- Ministère de l'Éducation Nationale** (1972). *Mathématiques (classes du 1er. cycle), horaires, programmes, instructions*. INRDP, París.
- Ministère de l'Éducation Nationale** (1980). *Mathématiques, classes des collèges 6e, 5e, 4e, 3e*. CNDP, París.
- NTCM** (1980) *An Agenda for Action. Recommendations for School Mathematics of the 1980s*. Reston (Virginia).
- Pair, C.** (1960) "Géométrie affine en classe de seconde". *Bulletin de l'APAM*, diciembre 1960, 271-275.
- Pêcheux, M.** (1975) *Les vérités de La Palice*. París: François Maspéro.
- Pellos, F.** (1942) *Compendium de l'abaco, édition de la Revue des langues romanes*. 1967, Montpellier.
- Perret-Clermont, A. N., Brun, J., Conne, F., Schubauer-Leoni, M. L.** (1982) *Décontextualisation et recontextualisation du savoir dans l'enseignement des mathématiques à de jeunes élèves*. Ginebra: Facultad de Psicología y de Ciencias de la Educación.
- Piaget, J. e Inhelder, B.** (1975) *La psychologie de l'enfant*. París: PUF. Traducción al español: *Psicología del niño*. Madrid: Morata, 1972.
- Pini, G.** (1981) "Pour une définition de la recherche-action". *Cahiers de la Section des Sciences de l'Éducation*, 26, Facultad de Psicología y de Ciencias de la Educación, Ginebra, 11-31.
- Prost, A.** (1968) *L'enseignement en France, 1800-1967*. París: Armand Colin.
- Reuchlin, M.** (1977) *Psychologie*. París: PUF.
- Revuz, A.** (1957) "Espaces euclidiens et espaces métriques". *Bulletin de l'APM*, enero 1957, 176-184.
- Revuz, A. y Revuz, G.** (1966) *Éléments de topologie*. París: APM.
- Schneider, O.** (1979) *Le passage des équations numériques aux équations paramétriques en classe de seconde*. IREM de Bordeaux e IREM d'Aix-Marseille.
- Storer** (1959) "Symbolisme et règles opératoires dans les mathématiques scolaires", résumé d'une conférence faite au Congrès international d'Edimbourg. *Bolletín de l'APM*, 196, 126-128.
- Tónnelle, J.** (1979) *Le monde clos de la factorisation au premier cycle*. IREM de Bordeaux e IREM d'Aix-Marseille.
- Troelstra, A. S.** (1969) *Principles of Intuitionism*. Berlín: Springer-Verlag.
- Vergnaud, G., Rouchier, A., Ricco, G., Marthe, P., Metregiste, R., Giacobbe, J.** (1979) *Acquisition des structures multiplicatives*. IREM d'Orléans y Centre d'étude des processus cognitifs et du langage, París: EHESS-CNRS.
- Verret, M.** (1975) *Le temps des études*, 2 volúmenes. París: Librairie Honoré Champion.
- Wittgenstein, L.** (1976) *De la certitude*. París: Gallimard.

